



Modélisation et analyse cinématique des tolérances géométriques pour l'assemblage de systèmes mécaniques

Laurent Pino

► To cite this version:

Laurent Pino. Modélisation et analyse cinématique des tolérances géométriques pour l'assemblage de systèmes mécaniques. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Nantes, 2000. Français. <tel-00534108>

HAL Id: tel-00534108

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00534108>

Submitted on 8 Nov 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE NANTES

ECOLE DOCTORALE
SCIENCES POUR L'INGENIEUR
DE NANTES

Année 2000

Thèse de DOCTORAT
Discipline : Sciences pour l'ingénieur
Spécialité : Génie mécanique

présentée et soutenue publiquement par

Laurent PINO

Le 21 janvier 2000

à l'École Centrale de Nantes

Modélisation et analyse cinématique des tolérances géométriques pour l'assemblage de systèmes mécaniques

Jury :

<i>Rapporteur</i>	PIERRE BOURDET	Professeur d'Université, LURPA, Cachan
<i>Rapporteur</i>	ALAIN RIVIERE	Maître de Conférences HDR, ISMCM, Saint-Ouen
<i>Président</i>	CLEMENT FORTIN	Professeur d'Université, Ecole Polytechnique de Montréal, Montréal
	MAXIME GAUTIER	Professeur d'Université, IRCCyN, Nantes
	BERNARD PESEUX	Professeur d'Université, LMM, Nantes
	PATRICK CHEDMAIL	Professeur d'Université, IRCCyN, Nantes
	FOUAD BENNIS	Maître de Conférences, IRCCyN, Nantes

Directeur de thèse : Fouad BENNIS

Institut de Recherche en Communication et Cybernétique de Nantes

1 Rue de la Noë, BP 92101, 44321 Nantes cedex 3 France

N° ED 82-441

Même un chemin de mille lieues commence par un pas.

Proverbe japonais.

En essayant continuellement on finit par réussir.
Donc plus ça rate, plus on a de chances que ça marche.

Devise Shadok

Remerciements

Les travaux présentés dans cette thèse ont été réalisés au sein l'équipe CMAO et Productique dans l'Institut de Recherche en Communication et Cybernétique de Nantes.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur Fouad Bennis, Maître de Conférences à l'École Centrale de Nantes, pour la qualité de son encadrement et son soutien permanent pour la réalisation de ce travail.

Je remercie Messieurs Pierre Bourdet, Professeur à l'École Nationale Supérieure de Cachan, et Alain Rivière, Maître de Conférence à l'ISMCM-CESTI de Paris, d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté à ce travail et le soin qu'ils ont porté à la relecture du manuscrit.

Je remercie Monsieur Clément Fortin, Professeur à l'École Polytechnique de Montréal, pour avoir accepté de présider ce jury et pour les contacts que nous avons pu établir pendant ma thèse.

Je remercie également Messieurs Bernard Peseux, Professeur à l'École Centrale de Nantes, Maxime Gautier, Professeur de l'Université de Nantes et Patrick Chedmail, Professeur à l'École Centrale de Nantes d'avoir accepté de participer à ce jury.

Je remercie l'ensemble des membres de l'équipe CMAO et Productique auprès desquels j'ai trouvé un soutien et une ambiance agréable.

Je remercie également, Christophe Garnier, Virginie et Damien Chablat pour leurs conseils et leur aide à la réalisation de ce mémoire.

Je remercie aussi l'ensemble des thésards de l'équipe CMAO et Productique ainsi que ceux de l'équipe Robotique pour leur aide et la bonne ambiance qu'ils ont instaurée tout au long de ces trois années.

Mes derniers remerciements iront à mes parents, à ma famille et aux familles Grech et Lagana, qui m'ont soutenu tout au long de mes études et particulièrement au cours de mes années de thèse.

Table des matières

TABLE DES MATIÈRES	5
TABLES DES ILLUSTRATIONS	8
Liste des figures.....	8
Liste des tables	10
INTRODUCTION	11
CHAPITRE 1. ETAT DE L'ART SUR LE TOLÉRANCEMENT	15
1-1 Introduction.....	16
1-2 Tolérancement dans les métiers de la production	17
1-3 Définition mathématique du tolérancement	19
1-3.1 Abstraction au niveau de la pièce	19
1-3.2 Abstraction au niveau de l'assemblage.....	21
1-4 Outils d'analyse et de synthèse des tolérances	24
1-4.1 Analyse des tolérances.....	26
1-4.2 Synthèse des tolérances	31
1-4.3 Contrôle et inspection	32
1-4.4 Outils d'ingénierie simultanée	33
1-5 Modèles de spécifications.....	33
1-5.1 Modèles par décalage de surface	34
1-5.2 Modèle des exigences fonctionnelles sur les frontières virtuelles	35
1-5.3 Pièce virtuelle et pièce résultante.....	38
1-5.4 Modèles cinématiques	38
1-5.5 Modèles paramétriques	39
1-5.6 Tolérancement vectoriel	40
1-6 Normalisation du tolérancement.....	41
1-6.1 Vérification de la syntaxe des tolérances.....	42
1-7 Tolérancement et modeleurs volumiques.....	42
1-7.1 Modeleurs volumiques.....	42
1-7.2 Intégration du tolérancement dans les modeleurs XAO	44
1-8 Conclusion.....	45
CHAPITRE 2. ANALYSE DES SPÉCIFICATIONS EN ASSEMBLAGE.....	47
2-1 Introduction.....	48
2-2 Définitions et notions de base	48
2-2.1 Caractérisation d'une entité dimensionnelle.....	48
2-2.2 Calcul de la dimension d'assemblage	49
1-3 Références et système de références	51
1-3.1 Priorité des références.....	52
1-3.2 Association des références.....	54
1-3.3 Assemblage statique contre alignement des références	55
1-4 Modificateurs d'état.....	57

1-4.1	La fonction des modificateurs d'état	59
1-4.2	Modificateurs de référence	60
1-5	Tolérance de localisation d'une seule entité.....	62
1-5.1	Analyse des tolérances de localisation au maximum de matière	64
1-5.2	Analyse et interprétation par la surface	65
1-5.3	Définition de la condition virtuelle.....	66
1-5.4	Définition de la condition résultante	68
1-5.5	Analyse de l'interprétation par l'élément caractéristique	69
1-5.6	Tolérance de localisation au minimum de matière	70
1-5.7	Tolérance de localisation sans égard aux dimensions	72
1-6	Extension des fonctions de localisation	72
1-6.1	Tolérance de localisation d'un groupe d'éléments	72
1-6.2	Raffinement d'une tolérance de localisation	74
1-6.3	Tolérances combinées (<i>composite tolerance</i>).....	75
1-7	Conclusion	77
CHAPITRE 3.	MODÈLE CINÉMATIQUE DE TOLÉRANCEMENT	79
3-1	Introduction.....	80
3-2	Transfert de tolérances.....	81
3-2.1	Définition	81
3-2.2	Analyse ascendante et descendante	85
3-3	Rappel de l'approche cinématique de Rivest.....	86
3-3.1	Zones de tolérances	86
3-3.2	Le modèle cinématique de Rivest.....	87
3-3.3	Transfert de tolérance à l'aide du modèle cinématique	89
3-3.4	Contraintes du modèle cinématique pour le transfert de tolérances	91
3-3.5	Conclusion.....	92
3-4	Généralisation du modèle cinématique	92
3-4.1	Modèle cinématique plan	93
3-4.2	Modèle cinématique spatial.....	94
3-5	Méthode analytique d'analyse	96
3-5.1	Formulation générale.....	96
3-5.2	Calcul de l'intersection des zones de tolérance	99
3-5.3	Calcul de l'union des zones de tolérance.....	100
3-5.4	Analyse descendante	100
3-5.5	Analyse ascendante	108
3-5.6	Synthèse de tolérance de répartition.....	109
3-5.7	Conclusion.....	110
3-6	Méthode jacobienne d'analyse	111
3-6.1	Description de la chaîne cinématique	111
3-6.2	Définition des espace paramétriques	112
3-6.3	Calcul de la matrice Jacobienne	112
3-6.4	Application de la méthode jacobienne.....	114
3-7	Conclusion	120

CHAPITRE 4. SIMULATION DU MOUVEMENT DU CALIBRE VIRTUEL : APPLICATION À LA MESURE	121
4-1 Introduction.....	122
4-2 Méthodes traditionnelles de contrôle.....	123
4-2.1 Contrôle par calibre fonctionnel	123
4-2.2 Méthode graphique de contrôle de pièces (<i>paper gaging</i>).....	125
4-3 Ensemble des situations de l'axe du calibre (ESAC).....	128
4-3.1 Définition et détermination de l'ESAC.....	128
4-3.2 Exemple d'application de l'ESAC.....	131
4-3.3 Calcul de la valeur effective	132
4-4 Vérification des pièces comportant des modificateurs d'état au maximum de matière.....	134
4-4.1 Mesure d'un groupe d'entité avec une orientation constante du référentiel	135
4-4.2 Mesure d'une entité avec orientation variable du référentiel	137
4-4.3 Mesure d'un groupe avec orientation variable du référentiel	140
4-5 Conclusion.....	144
CHAPITRE 5. EXTENSION DES PIÈCES VIRTUELLES ET RÉSULTANTES.....	147
5-1 Introduction.....	148
5-2 Pièce au maximum et minimum de matière.....	148
5-2.1 Cas unidimensionnel de Parratt	149
5-2.2 Extension au tolérancement géométrique	151
5-3 Pièce virtuelle et pièce résultante.....	153
5-3.1 Exemple introductif	154
5-3.2 Création de la pièce virtuelle et de la pièce résultante	158
5-4 Conclusion.....	161
CONCLUSION ET PERSPECTIVES	163
Perspectives	164
NORMES	166
RÉFÉRENCES.....	166
ANNEXE A. TOLÉRANCES DIMENSIONNELLES ET GÉOMÉTRIQUES	173
A. 1. Introduction.....	174
A. 2. Tolérances dimensionnelles	175
A. 3. Tolérances géométriques	178
A.1.3. Tolérances de forme	178
A.2.3. Tolérances de profil	179
A.3.3. Tolérances d'orientation	179
A.4.3. Tolérances de battement	179
A.5.3. Tolérances de position	180

Tables des illustrations

Liste des figures

Figure 1 : Cycle de création d'un produit d'après Stewhart.	18
Figure 2 : Solide nominal	20
Figure 3 : Classe variationnelle	20
Figure 4 : Domaines d'utilisation du tolérancement [Zhang 92b]	24
Figure 5 : Etapes de l'analyse	25
Figure 6 : Définition d'un assemblage	27
Figure 7 : Détection des interférences à l'aide de l'enveloppe [Schultheiss 99]	28
Figure 8 : Modèle de décalage de surface de Requicha	35
Figure 9 : Modèle vectoriel de Wirtz	40
Figure 10 : Interprétation des différentes dimensions d'un arbre	49
Figure 11 : Modélisation d'un alésage	50
Figure 12 : Création d'un assemblage de deux pièces	52
Figure 13 : Choix possibles des références	52
Figure 14 : Différentes priorités des références	53
Figure 15 : Différentes associations d'une surface plane	54
Figure 16 : Définition de deux pièces à assembler	56
Figure 17 : Assemblage statique des deux pièces de la figure 16	56
Figure 18 : Assemblage par alignement de références des deux pièces précédentes	57
Figure 19: Modificateur d'application au maximum de matière	58
Figure 20: Modificateur de référence au maximum de matière	58
Figure 21 : Exemple discutable d'utilisation d'un modificateur de référence	58
Figure 22 : Exemple d'utilisation d'un modificateur de référence	61
Figure 23 : Tolérance de localisation	62
Figure 24 : Zone de tolérance de localisation	62
Figure 25 : Besoin fonctionnel de l'assemblage	63
Figure 26 : Exemple d'utilisation de modificateurs d'état	64
Figure 27 : Tolérance de position au maximum de matière	65
Figure 28 : Condition virtuelle et résultante MMC de l'alésage au maximum de matière	66
Figure 29 : Calibre de contrôle pour la pièce de la figure 28.	68
Figure 30 : Groupe d'alésages	73
Figure 31 : Raffinement d'une tolérance de position	74
Figure 32 : double tolérance de position	74
Figure 33 : Tolérance composée pour un groupe de 4 alésages	75
Figure 34 : Définition des zones de tolérances du groupe relativement au référentiel ABC	76
Figure 35 : Définition des zones de tolérances des éléments du groupe entre eux	76
Figure 36 : Exemple de situation possible des axes des alésages	77
Figure 37: Chaîne de tolérances	82
Figure 38 : Définition des différents référentiels	82
Figure 39: Définition des différentes zones	83
Figure 40 : Dessin de définition	85
Figure 41 : Structure cinématique définie par Louis Rivest [Rivest 94a].	89
Figure 42 : Exemple de dessin de définition	94

Figure 43 : Structure cinématique équivalente	94
Figure 44 : Exemple de dessin de définition	94
Figure 45 : Structure cinématique équivalente	94
Figure 46 : Structure cinématique pour modéliser le mouvement d'un axe dans un cylindre	95
Figure 47 : Exemple de cas spatial	95
Figure 48 : Définition des différentes transformations	97
Figure 49 : Exemple de transfert de tolérance	101
Figure 50 : Structure cinématique	102
Figure 51 : Définition des différents repères	102
Figure 52 : Dessin de définition d'un corps de pompe extrait de [Rivest 94a]	103
Figure 53 : Dessin de définition	104
Figure 54 : Structure cinématique équivalente	104
Figure 55 : Ensemble des référentiels associés	105
Figure 56 : Forme de la zone neutre après transfert exprimée dans R_0 pour le 4 ^{ème} cas de la table 4	106
Figure 57 : Groupe de quatre alésages	107
Figure 58 : Forme des zones de tolérance après transfert	107
Figure 59 : Zone de dispersion relative	108
Figure 60 : Zone de dispersion limite	109
Figure 61 : Zone de dispersion trop importante	109
Figure 62 : Structure cinématique	115
Figure 63 : Structure cinématique de la boucle fermée	115
Figure 64 : Structure cinématique de la boucle ouverte	116
Figure 65 : Etude de la consistance du transfert de tolérances	117
Figure 66 : Incertitudes de position relatives au transfert de cotes [Gaunet 94]	118
Figure 67 : Structure cinématique complète	119
Figure 68 : Espace de travail du point I	120
Figure 69 : Exemple d'utilisation d'un modificateur de référence	123
Figure 70 : Calibre fonctionnel pour la localisation de l'alésage D	124
Figure 71 : Calibre fonctionnel pour la localisation de l'alésage de diamètre 5mm	125
Figure 72 : Groupe d'alésages	126
Figure 73 : Position des alésages relativement au référentiel ADB	127
Figure 74 : Dessin sur un transparent des zones de tolérance	127
Figure 75 : Vérification par le calibre en papier	127
Figure 76 : Modélisation d'un alésage	129
Figure 77 : Définition de l'ESAC d'un alésage	129
Figure 78 : Calcul de l'ESAC à partir d'un cylindre orienté inscrit	130
Figure 79 : Vérification de la conformité à l'aide des ESAC	132
Figure 80 : Intersection des ESAC	132
Figure 81 : Non intersection des deux ensembles	133
Figure 82 : Intersection partielle des ensembles	134
Figure 83 : Inclusion de l'espace de travail du référentiel dans l'ESAC	134
Figure 84 : Inclusion de l'ESAC dans l'espace de travail du référentiel	134
Figure 85 : Intersection des ESAC dans l'espace des configurations	136
Figure 86 : Configuration limite de conformité	137
Figure 87 : Dessin de définition	138
Figure 88 : Structure cinématique modélisant le calibre de contrôle	139

Figure 89 : Intersection entre l'espace de travail de l'extrémité du calibre et l'ESAC de l'alésage G	140
Figure 90 : Dessin de définition	141
Figure 91 : Modèle octree de l'espace des configurations du calibre	142
Figure 92 : Exemple de domaine de validité du groupe	143
Figure 93 : Coupe de l'espace des configurations à $\alpha_a = 0.03$ degrés	143
Figure 94 : Pièce ne pouvant être au maximum de matière	150
Figure 95 : Pièce pouvant être au maximum de matière	150
Figure 96 : Pièce au maximum de matière	152
Figure 97 : Classes variationnelles de deux pièces d'un assemblage [Robinson 98]	152
Figure 98 : Etude de l'assemblage de deux pièces au maximum de matière	153
Figure 99 : Exemple de pièce virtuelle	154
Figure 100 : Condition virtuelle et résultante au maximum de matière d'un alésage	155
Figure 101 : Exemple d'utilisation d'un modificateur de référence	156
Figure 102 : Extension des conditions virtuelle et résultante.	157
Figure 103 : Dessin de définition	159
Figure 104 : Extension des conditions virtuelle et résultante	161
Figure 105 : Pièce virtuelle et résultante	161
Figure 106 : Interprétation des tolérances dimensionnelles	175
Figure 107 : Tolérances de dimension linéaire	176
Figure 108 : Conformité d'une tolérance dimensionnelle d'après [ASME 94b]	177

Liste des tables

Table 1 : Propriétés des modèles mathématiques de l'assemblage	23
Table 2: Formes des zones de tolérance utilisées	87
Table 3 : Valeur des paramètres définissant la structure cinématique	105
Table 4 : Valeurs du rayon de la zone neutre après transfert	106
Table 5 : Valeurs mesurées des alésages dans le référentiel ADB	126
Table 6 : Une réalisation possible de la pièce de la figure 69	131
Table 7 : Données réelles d'une réalisation de la pièce de la figure 87.	139
Table 8 : Données réelles d'une réalisation de la pièce de la figure 90	142
Table 9 : Résumé des opérations de vérification des tolérances de localisation au maximum de matière	144
Table 10 : Règles pour la création de pièces au maximum de matière	151

Introduction

Le tolérancement de systèmes mécaniques est une des étapes clefs de la création d'un produit. Les effets induits par le tolérancement ont une influence sur la qualité du produit fini. La maîtrise des défauts géométriques au cours de la fabrication des pièces mécaniques permet de garantir la qualité finale du produit. Le but n'est pas d'éviter à tout prix les défauts géométriques mais seulement de les prévoir, les prendre en compte et vérifier que leurs effets permettront au produit de respecter un besoin fonctionnel donné.

Pour choisir les défauts autorisés à une entité géométrique, il existe actuellement des normes internationales de tolérancement. L'une des dernières évolutions de ces normes est la création d'une norme mathématique de tolérancement [ASME 94a]. Le but de cette dernière est de définir de manière mathématique les spécifications du tolérancement.

Bien qu'il y ait une demande pressente, de la part des industriels, il n'existe pas actuellement d'outils permettant de gérer entièrement le tolérancement tout au long du cycle de vie d'un système mécanique. Cette carence n'est pas due au fait d'un manque de recherche sur le tolérancement, bien au contraire, elle serait plutôt due, en grande partie, au passé des normes de tolérancement. En effet, ces dernières de part leur historique sont plus orientées vers le contrôle des spécifications que vers l'analyse. En outre il reste également à résoudre des difficultés au niveau fondamental sur la complexité des effets géométriques sur le comportement du système mécanique.

Nous ne souhaitons pas ici remettre en cause les normes de tolérancement, mais plutôt, proposer une modélisation et des outils d'aide au tolérancement. Les récents travaux de Srinivasan sur la mathématisation du tolérancement ont mis en évidence que ces outils d'aide au tolérancement devaient prendre en compte une notion de balayage entre les zones de tolérances [Srinivasan 93].

Nous proposerons, après avoir analysé certains aspects des normes de tolérancement, une modélisation cinématique des zones de tolérances.

Nous avons décomposé notre étude en trois objectifs complémentaires montrant que la modélisation cinématique de tolérances est un outil unifié d'aide au tolérancement.

Le premier objectif est de proposer une méthode de calcul pour le transfert des zones de tolérances d'un référentiel vers un autre référentiel. Cet outil est utilisable en phase d'analyse de tolérance au cours de la conception ou de la fabrication.

Le deuxième aspect que nous mettons en évidence est le calcul des effets des modificateurs d'état au maximum de matière sur les dimensions des zones de tolérances. Ceci dans le but d'analyser les assemblages de pièces mécaniques et d'éviter au pire des cas des interférences entre les pièces.

Le troisième objectif de ce travail est de proposer une méthode de vérification des tolérances géométriques comportant des modificateurs d'état au maximum de matière.

Dans le premier chapitre, nous présenterons les différentes étapes de l'analyse et de la synthèse de tolérances pour un assemblage. Puis nous effectuerons un état de l'art des différents modèles de tolérancement. Ceci pour permettre de comprendre les différentes étapes du tolérancement au cours du cycle de vie d'un assemblage. On remarquera en particulier la multiplicité des modèles existants et le besoin de rechercher un modèle unifié utilisable dans toutes les phases du cycle de vie du produit.

Dans le deuxième chapitre nous présenterons les spécifications normalisées utilisées dans la définition des assemblages. Nous étudierons la création et l'association des références et des systèmes de références. Ces derniers sont des éléments primordiaux pour la définition d'assemblages. Puis nous étudierons en détail les modificateurs d'état et leurs effets sur les tolérances de localisation. Les modificateurs permettent de définir facilement des spécifications liées aux assemblages. Nous détaillerons aussi les spécifications de raffinement des tolérances de localisation. Nous mettrons en évidence, dans ce chapitre, que les modèles de balayages sont bien adaptés pour modéliser pleinement les effets des modificateurs d'état.

Dans le troisième chapitre, nous présenterons le modèle cinématique développé par Louis Rivest [Rivest 94a]. Nous présenterons une extension de ce modèle afin de prendre en compte l'existence, éventuelle, de boucles fermées dans le mécanisme cinématique virtuel. Ce modèle permet de créer une structure cinématique qui balaye l'espace d'une zone de tolérance. L'étude de ce balayage permet de calculer l'union et l'intersection d'un ensemble de zones de tolérances. L'union et l'intersection sont utilisées pour l'étude du transfert de tolérances ou au cours de la validation d'un assemblage. Nous proposons deux méthodes permettant de calculer l'union et l'intersection de zones de tolérances de manière analytique et générique.

Dans le quatrième chapitre nous étudierons la vérification de pièces comportant des modificateurs d'état au maximum de matière. En effet, les effets induits par les modificateurs d'état sont quelques fois difficilement vérifiables par des méthodes classiques de vérification telles que les machines à mesurer tridimensionnelles ou les méthodes graphiques manuelles (*paper gaging*). Nous proposerons une méthode permettant de vérifier à la fois les aspects qualitatifs de la réalisation d'une entité, mais aussi les aspects quantitatifs en calculant, notamment, la valeur actuelle des tolérances. Ces deux aspects sont importants, car ils permettent, d'une part de savoir si une pièce est conforme aux spécifications de tolérancement qui la définissent, et d'autre part de proposer une valeur permettant de quantifier le respect de ces spécifications. Ils mettent en évidence les entités à corriger pour les pièces de grande valeur ajoutée, déclarées non conformes. Ces informations peuvent également être utilisées dans le cadre de la maîtrise statistique de procédés pour contrôler les dérives éventuelles du procédé d'obtention des entités.

Finalement, nous proposons dans le cinquième chapitre une extension de la création des pièces virtuelles et résultantes. Ces deux pièces permettant de calculer facilement l'assemblage de

système mécanique sans prendre en compte l'infinité de pièces possibles des classes variationnelles.

L'ensemble de cette contribution permet de mettre en évidence l'apport des méthodes de balayage aussi bien en analyse d'assemblage, en fabrication (transfert de tolérances) qu'en mesure.

La mise en place de ces outils s'appuiera sur des exemples montrant l'intérêt des méthodes proposées pour la création de tolérance, la vérification de ces dernières, la fabrication et le contrôle de pièces fabriquées.

Chapitre 1. Etat de l'art sur le tolérancement

Sommaire

1-1	Introduction	16
1-2	Tolérancement dans les métiers de la production	17
1-3	Définition mathématique du tolérancement	19
1-3.1	Abstraction au niveau de la pièce	19
1-3.2	Abstraction au niveau de l'assemblage	21
1-4	Outils d'analyse et de synthèse des tolérances	24
1-4.1	Analyse des tolérances	26
1-4.1.1	Analyse au « <i>pire des cas</i> »	27
1-4.1.2	Analyse statistique	29
1-4.1.3	Hypothèse du défaut de forme nul en analyse des tolérances	30
1-4.1.4	Accumulations des dispersions de fabrication	30
1-4.2	Synthèse des tolérances	31
1-4.3	Contrôle et inspection	32
1-4.4	Outils d'ingénierie simultanée	33
1-5	Modèles de spécifications	33
1-5.1	Modèles par décalage de surface	34
1-5.2	Modèle des exigences fonctionnelles sur les frontières virtuelles	35
1-5.3	Pièce virtuelle et pièce résultante	38
1-5.4	Modèles cinématiques	38
1-5.4.1	Structure cinématique	38
1-5.4.2	Géométrie variationnelle	39
1-5.4.3	Dimensionnement cinématique des mécanismes	39
1-5.5	Modèles paramétriques	39
1-5.6	Tolérancement vectoriel	40
1-6	Normalisation du tolérancement	41
1-6.1	Vérification de la syntaxe des tolérances	42
1-7	Tolérancement et modeleurs volumiques	42
1-7.1	Modeleurs volumiques	42
1-7.2	Intégration du tolérancement dans les modeleurs XAO	44
1-8	Conclusion	45

1-1 Introduction

Le 20^{ème} siècle est sûrement le siècle qui a vu le plus grand nombre de bouleversements technologiques que l'humanité ait connu. En effet, depuis la fin du 19^{ème} siècle, la révolution industrielle a profondément changé notre vie quotidienne. Pour répondre aux besoins de la société, la production industrielle a augmenté et de nouvelles techniques, telles que les chaînes de production, sont apparues. La principale devise de l'industrie était : produire de plus en plus, en moins en moins de temps et au plus bas coût.

Pour réussir ce défi, les entreprises manufacturières ont réorganisé leurs structures (bureaux d'études, production, contrôle, etc..) et ont développé des techniques pour améliorer la qualité de leurs produits. Ainsi, depuis le début des années 80, tout le cycle industriel du produit peut être géré par ordinateur. La conception (Conception Assistée par Ordinateur), la fabrication (Fabrication Assistée par Ordinateur) et le contrôle ont pu être améliorés. La modélisation géométrique des pièces constituant les produits a aussi évolué grâce à la possibilité de représenter des surfaces complexes telles que les surfaces de Bézier ou les BSplines.

Malheureusement, même si la production est maintenant assurée par des machines outils à commandes numériques, les pièces fabriquées ne pourront jamais correspondre exactement à celles issues de la maquette numérique. En effet, les dispersions de fabrication ne peuvent pas être complètement éliminées mais seulement contrôlées. La notion de tolérances introduite au début du siècle, et standardisée par des normes internationales, permet de modéliser et de classer ces dispersions. Ces tolérances que l'on qualifie actuellement de tolérances dimensionnelles, ont permis d'assurer la gestion de la qualité et de la géométrie des pièces jusqu'au début des années 80.

Actuellement, la complexité de la géométrie des pièces a entraîné le développement d'outils de plus en plus précis permettant d'intégrer et de représenter les spécifications fonctionnelles ainsi que les dispersions de fabrication. Les industriels ont demandé la création de nouvelles normes de tolérancement pouvant intégrer cette complexité. De nombreuses équipes de par le monde se sont mises à travailler sur ce domaine. Ces travaux ont abouti, assez rapidement, à la naissance de normes sur les tolérances géométriques qui n'ont pas cessé d'évoluer. Ces nouvelles spécifications ne sont actuellement que partiellement traitées par les systèmes de Conception et Fabrication Assistée par Ordinateur (CFAO).

Le développement d'outils d'analyse et de synthèse des tolérances est devenu un objectif industriel primordial pour raccourcir les délais d'industrialisation des nouveaux produits et réduire les coûts induits par une cotation aux tolérances abusives. De plus, l'apparition de nouvelles méthodes de travail telles que l'ingénierie simultanée, nécessite la mise en place d'outils d'aide au tolérancement unifiés entre les métiers de la production.

De nombreuses publications proposent un état de l'art assez complet des différents outils et utilisations du tolérancement :

- Etat de l'art général [Voelcker 93, Rivest 94a, Ballot 95a]
- Représentation des tolérances [Roy 91, Juster 92] ;
- La théorie des tolérances et algorithmes d'inspection [Feng 91];
- Spécification des tolérances [Ballu 94, Mathieu 97b] ;
- Analyse des tolérances [Chase 91, Nigam 95] ;
- Synthèse des tolérances [Zhang 92b, Zhang 94].

Le but de ce chapitre n'est pas de refaire un état de l'art exhaustif sur le tolérancement, mais de présenter les travaux les plus récents et les plus novateurs.

1-2 Tolérancement dans les métiers de la production

Le liant entre les différents métiers qui interviennent dans le cycle de conception d'un ensemble mécanique est le tolérancement [Jayaraman 89, Srinivasan 89, Zhang 92b]. Il participe à toutes les étapes de la conception, de la fabrication et du contrôle d'une pièce. Les effets des choix de tolérances ont des incidences sur la qualité de la pièce et donc sur la qualité de l'assemblage final. Ces choix peuvent aussi avoir une grande influence sur le prix de revient du produit fini. Alors qu'aujourd'hui, une grande concurrence règne sur les différents marchés, la baisse du coût des produits et la réduction des délais de production permettent de donner le bon produit, de bonne qualité, au bon moment. Ce sont des facteurs déterminants pour permettre de conquérir un marché. La maîtrise des tolérances au plus juste et au plus tôt permet de diminuer les délais et les coûts de production et donc, en partie, de diminuer le coût final d'un produit.

La notion de pièces interchangeables et fonctionnellement équivalentes permet de garantir les assemblages de pièces mécaniques et de diminuer les coûts en évitant d'apparier les pièces entre elles. Elle facilite en outre les opérations de maintenance.

Nous allons donc voir quelles sont les utilisations et les implications du tolérancement au cours du cycle de vie d'une pièce, en détaillant les différentes influences des acteurs du cycle de conception.

La figure 1 représente le cycle de Shewhart [Srinivasan 97]. Les trois étapes (conception fabrication et contrôle) constituent un « *process* » scientifique et dynamique de l'acquisition et de la capitalisation des connaissances.

Pour commencer, le concepteur définit les différents types de tolérances ainsi que leurs valeurs pour permettre de réaliser un besoin fonctionnel. Il doit tolérer l'ensemble des entités composant une pièce, aussi bien les entités fonctionnelles que celles qui ne le sont pas. C'est donc de lui que part le tolérancement. Il devra s'appuyer sur son expérience, ainsi que sur des hypothèses sur les « *capabilités* » des moyens de production. Les choix qu'il est amené à prendre

vont influencer sur l'ensemble des étapes suivantes du cycle de vie du produit et donc sur le coût de production. Il va essayer de définir au plus juste les tolérances permettant de réaliser les besoins fonctionnels. Il doit donc calculer le comportement du système mécanique et des pièces le composant. Il doit prendre en compte les variations physiques des pièces pendant le fonctionnement. Variations dues à la température, à la pression ou à n'importe quel phénomène physique que la pièce devra supporter. Le concepteur va exprimer tous ces besoins à l'aide de tolérances.

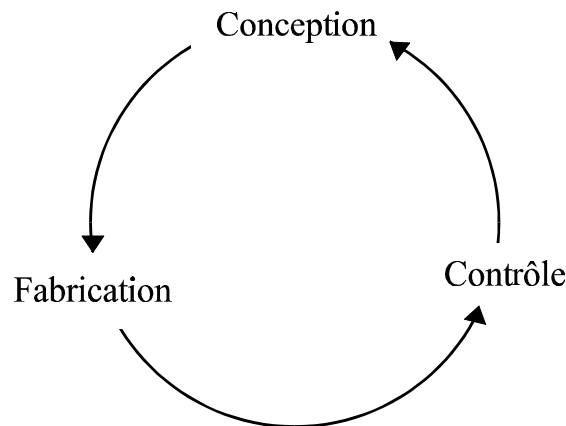


Figure 1 : Cycle de création d'un produit d'après Stewhart.

Un autre point à prendre en compte au cours de la création du tolérancement est lié aux contraintes de fabrication. Car le coût du produit dépend entre autre de la fabrication. Des tolérances trop faibles ou mal évaluées, entraîneront la mise en œuvre de moyens de production très précis et entraîneront souvent un surcoût de fabrication. Un choix doit donc être fait et un compromis trouvé entre le coût minimum de réalisation et les besoins fonctionnels déjà exprimés. Le fabricant a donc besoin d'outils lui permettant de l'aider dans ses choix, comme par exemple des outils de création automatique de gammes d'usinage ou des outils lui permettant de calculer le transfert de tolérances et de simuler des usinages. En effet, il est difficile de transférer une tolérance exprimée dans un référentiel vers un autre référentiel. De plus, il n'existe pas encore d'outils d'aide aux calculs des accumulations des dispersions de fabrication sur la réalisation d'une entité, quand la définition de cette dernière est complexe. L'un des problèmes qui se pose alors est de pouvoir vérifier la *capabilité* d'un procédé et d'un processus de fabrication pour un usinage donné [Farmer 99].

L'avant dernière étape de la fabrication d'une pièce est son contrôle. Elle vise à vérifier que la pièce fabriquée est conforme aux spécifications définies par le bureau d'étude. Elle permet aussi de vérifier les variations du procédé et du processus de fabrication pour éventuellement les corriger. L'évolution numérique des moyens de contrôle actuels entraîne une demande pour de nouvelles méthodes permettant la mise en œuvre de ces nouveaux moyens.

Le dernier stade de la fabrication est l'assemblage des différentes pièces fabriquées ainsi que l'essai de la mise en fonctionnement du produit. C'est souvent à ce stade que l'on se rend compte des erreurs commises durant les opérations précédentes. C'est pourquoi il faut des outils pour étudier les assemblages et les effets des tolérances sur le fonctionnement de l'assemblage et ce dès la conception. Le coût des prototypes physiques et le temps de réalisation de ceux-ci, devient maintenant un handicap dans leur création. La maquette numérique doit remplacer les prototypes physiques, mais elle nécessite de maîtriser parfaitement les effets des tolérances de conception et de fabrication sur le comportement de l'assemblage. L'analyse des différents états de l'assemblage permet aussi de vérifier les jeux fonctionnels que l'on désirait réaliser.

Le procédé de création et de fabrication d'un système mécanique nécessite la création d'une gamme de méthodes et d'outils permettant l'aide et la vérification du tolérancement.

1-3 Définition mathématique du tolérancement

L'étude des différents travaux sur le tolérancement nous a conduit à un classement en deux niveaux d'abstraction lors de la création d'un ensemble mécanique :

1. Une abstraction au niveau de la pièce ;
2. Une abstraction au niveau de l'assemblage.

Le premier niveau doit prendre en compte les effets et les hypothèses du niveau assemblage. Nous allons voir en détail quelles sont les particularités de chaque niveau d'abstraction.

1-3.1 Abstraction au niveau de la pièce

Le concepteur commence par définir la géométrie nominale des différentes pièces du mécanisme. Cette géométrie nominale est une géométrie où toutes les formes et les dimensions sont parfaites sans aucun défaut géométrique. Bien qu'étant de plus en plus précis, les moyens de fabrication actuels ne peuvent pas fabriquer des pièces avec une géométrie parfaite. Pour prendre en compte les défauts inhérents à ces procédés, le concepteur est amené à autoriser une dégradation contrôlée du modèle nominal. Pour cela, il adjoint, au modèle nominal de la pièce, des spécifications qui traduisent les variations admissibles des entités définissant la pièce. La mise en place des tolérances est une fonction de conception qui intègre les contraintes liées aux différents métiers de la production.

A l'aide des tolérances, les acteurs de la production raisonnent en terme de classe de pièces respectant la même fonction. Selon Ballu et Mathieu [Ballu 94] les tolérances doivent traduire de façon univoque les exigences fonctionnelles.

L'adjonction des tolérances est une abstraction au niveau de la pièce qui définit une classe de pièces qui sont :

- Fonctionnellement équivalentes ;
- Interchangeables au niveau des opérations d'assemblage.

Cette notion proposée par Requicha [Requicha 77, Requicha 83] et reprise par [Jayaraman 89, Srinivasan 89, Boyer 91, Robinson 98] s'appelle classe variationnelle. Les tolérances forment une représentation de la classe variationnelle, c'est une façon simple de prendre en compte l'infinité de pièces pouvant respecter la fonction.

Dans tout ce chapitre, la notion de tolérance ne signifie pas nécessairement des tolérances normalisées mais les spécifications qui permettent au concepteur de définir une classe variationnelle répondant à un besoin fonctionnel.

La notion de classe variationnelle proposée par Requicha [Requicha 83], possède les deux propriétés de base suivantes :

- La classe variationnelle doit contenir la pièce nominale.
- La classe variationnelle ne doit pas contraindre une portion ou une frontière d'une entité du solide à être de forme parfaite ou en situation exacte (notion de zone de tolérance). Le non-respect de cette propriété voudrait dire que tous les solides de la classe devraient avoir une entité de forme parfaite ce qui est irréalisable.

La classe variationnelle est définie par la représentation nominale du solide complétée par des spécifications des tolérances. Le solide nominal est le représentant de la classe.

Exemple :

La figure 2 montre une définition d'un solide nominal. C'est un disque de diamètre 10mm et d'épaisseur 1.5mm. La figure 3, définit une classe variationnelle à partir de ce solide nominal. C'est l'ajout des tolérances dimensionnelles qui définit la classe variationnelle.

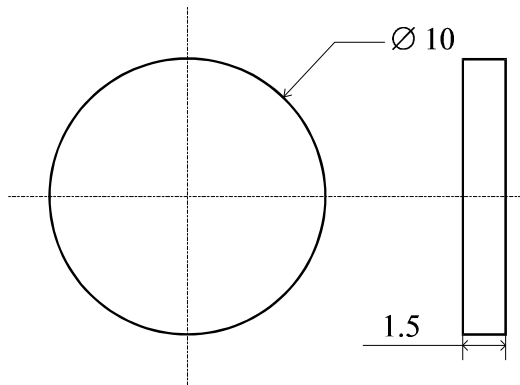


Figure 2 : Solide nominal

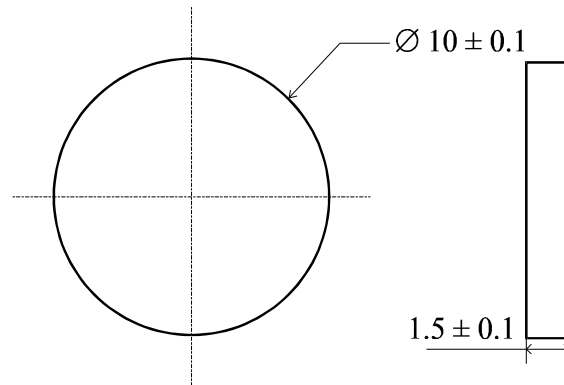


Figure 3 : Classe variationnelle

Aujourd'hui, le média de communication des métiers de la conception mécanique est le dessin technique. C'est une représentation par différentes projections en 2D de la géométrie nominale de la pièce avec un certain nombre d'annotations. Ces dernières caractérisent la géométrie nominale de la pièce ainsi que ses dimensions et les défauts admissibles de cette géométrie nominale à l'aide de tolérances [Jayaraman 89, Mathieu 97b].

Les normes de tolérancement existantes permettent de traduire en partie les exigences fonctionnelles [AFNOR 93, ASME 94a]. Il existe deux types de tolérances normalisées : les tolérances dimensionnelles et les tolérances géométriques.

Les tolérances dimensionnelles portent sur des grandeurs de type longueur ou angle. Elles limitent les dimensions locales réelles (distance entre deux points réels) d'un élément simple.

Les tolérances géométriques contrôlent la géométrie des entités de la pièce (position orientation et forme) [AFNOR 93, ASME 94a, Srinivasan 89, Mathieu 97b] (confère annexe A).

La mesure d'appartenance ou non à la classe variationnelle ne peut pas être faite à l'aide de la distance euclidienne classique. Requicha [Requicha 93], Boyer et Stewart [Boyer 91] proposent d'utiliser la distance de Hausdorff entre deux ensembles (ou entités ou solides) A et B :

$$d(A,B) = \max \left\{ \sup_{a \in A} \text{dist}(a, B), \sup_{b \in B} \text{dist}(b, A) \right\} \quad (1)$$

où $\text{dist}(a, B)$ représente la plus petite distance euclidienne entre un point a et l'ensemble B .

Boyer et Stewart ont montré que l'utilisation de la distance de Hausdorff n'était pas encore suffisante car elle impose des conditions sur les frontières des solides qui n'étaient pas acceptables en tolérancement [Boyer 91]. Ils ont donc proposé une nouvelle métrique s'appuyant sur la distance Hausdorff :

$$d_w(A,B) = \max \left\{ d(A, B), d(dA, dB) \right\} \quad (2)$$

où dA représente la frontière du solide A .

Les différentes métriques permettent de définir des notions liées à la topologie des solides.

Soit S_N un solide nominal donné. Soit V une classe variationnelle associée à S_N . La classe variationnelle doit appartenir à l'ensemble des solides "Topologiquement équivalents" à S_N [Boyer 91].

Le paragraphe suivant présente le formalisme au niveau de l'assemblage.

1-3.2 Abstraction au niveau de l'assemblage

Alors qu'il existe de nombreux travaux au niveau de la pièce, les travaux sur la normalisation des spécifications au niveau de l'assemblage sont rares. Nous présentons, dans les paragraphes suivants, les travaux les plus récents qui tentent de formaliser les spécifications d'assemblage en s'inspirant des spécifications des solides. Ces travaux permettent en particulier une classification des problèmes, des niveaux de complexité et d'abstraction. Ils utilisent une modélisation rigoureuse des notions intuitives communément utilisées [Requicha 83, Requicha 92, Srinivasan 89, Boyer 91, Robinson 98].

Nous utilisons la notation suivante :

Soient :

- M_s l'espace de modélisation des solides, c'est-à-dire l'espace de tous les r-set non vides.
- n le nombre de solides de l'assemblage.
- C_s le produit cartésien de n fois M_s . C_s est l'espace des configurations des solides.
 $C_s = M_s \times M_s \times \dots \times M_s$.
- M_t l'espace des transformations rigides.
- C_t le produit cartésien de n fois M_t . C_t est l'espace des configurations des transformations rigides. $C_t = M_t \times M_t \times \dots \times M_t$.
- $C_a = C_s \times C_t$ l'espace de configuration des assemblages.
- $\sigma = (S_1, S_2, \dots, S_n)$, un élément de l'espace de configuration des solides C_s .
- $\tau = (T_1, T_2, \dots, T_n)$, un élément de l'espace de configuration des transformations rigides C_t .
Chaque T_i permet de définir la situation du solide S_i dans l'espace euclidien.

Définition 1 : Etat d'assemblage

Un état d'assemblage $\alpha(\sigma, \tau)$ de n composantes solides est un élément de l'espace de configuration des assemblages C_a .

Intuitivement, α représente un agrégat de n solides de forme fixe, dans une situation fixée par τ . Chaque S_i est associé à une transformation T_i .

Définition 2 : Assemblage non-variationnel

C'est un assemblage de n composantes de forme fixe dont la situation peut varier de façon contrôlée.

$$A(\sigma, \Theta) = \{ \alpha(\sigma, \tau) \mid \tau \in \Theta \}$$

Où Θ est un sous-ensemble de l'espace des configurations des transformations rigides C_t . Θ exprime l'interdépendance entre les pièces dans l'assemblage et le mouvement relatif des pièces assemblées

Ce type d'assemblage est également appelé assemblage nominal par Requicha, mais nous préférons la notion d'assemblage non-variationnel [Robinson 98] qui permet d'éviter la confusion qui consiste à considérer des pièces de formes idéales. En effet, les pièces considérées ici sont des éléments de la classe variationnelle.

Définition 3 : Assemblage variationnel

Un assemblage variationnel A_v de n composantes solides est défini par :

$$A_v = \bigcup_{\sigma \in \Sigma} A(\sigma, \Theta(\sigma))$$

Où $\Sigma = (V_1, V_2, \dots, V_n)$ et V_i représente la classe variationnelle correspondant à la composante S_i de l'assemblage.

A_v peut être également donné sous une autre forme :

$$A_v = \{ \alpha(\sigma, \tau) \mid \sigma \in \Sigma \text{ et } \tau \in \Theta(\sigma) \}$$

Cette relation montre que A_v est l'ensemble des assemblages de n composantes dans des situations données par $\Theta(\sigma)$. La notation $\Theta(\sigma)$ met en évidence que le sous-ensemble Θ de C_t dépend de l'ensemble particulier de solides σ (à chaque solide est associé un Θ). Un assemblage variationnel est un ensemble infini formé de tous les n -uplets de solides σ à partir de Σ . Chaque σ possédant un ensemble de déplacements autorisés $\Theta(\sigma)$. Les solides S_i de σ sont choisis de façon indépendante. Cette sélection indépendante des composantes traduit l'application du principe d'interchangeabilité.

Modèle mathématique	Géométrie des composantes solides	Position relative des composants solides
Etat d'assemblage	Fixe	Fixe
Assemblage non variationnel	Fixe	Variable
Assemblage variationnel	Variable	Variable

Table 1 : Propriétés des modèles mathématiques de l'assemblage

Définition 4 : Assemblage géométriquement faisable

Un assemblage est géométriquement faisable lorsqu'il est possible de positionner les différentes pièces sans interférences entre elles. Soit $\alpha(\sigma, \tau)$ un état de l'assemblage avec $\sigma = (S_1, S_2, \dots, S_n)$ et $\tau = (T_1, T_2, \dots, T_n)$. Supposons que les composantes S_i de l'assemblage sont définies dans un repère fixe mais arbitraire. Soit $T_i(S_i)$ la transformation rigide qui permet de positionner le solide S_i dans ce repère. L'état de l'assemblage est faisable si et seulement si :

$$T_i(S_i) \cap T_j(S_j) = \emptyset \quad i \neq j, \quad i, j \in \{1, 2, \dots, k\}$$

Un assemblage variationnel ou non variationnel est géométriquement faisable si et seulement si chaque état d'assemblage le constituant est géométriquement faisable.

Une spécification d'assemblage est **valide** si elle correspond à au moins un assemblage géométriquement faisable.

Une spécification d'assemblage est **non ambiguë** si elle correspond à un seul assemblage.

Notons que ces définitions de faisabilité de l'assemblage utilisent indirectement la notion de **repère fixe**. Elles expriment le besoin d'avoir un « *repère maître* » pour vérifier la faisabilité. Cette notion de repère maître est bien sûre naturelle dans les systèmes de CAO traitant des assemblages. Nous utilisons l'hypothèse de l'existence d'un repère maître pour le transfert de tolérances et l'analyse d'assemblage (chapitres 3 et 5).

Généralement, les travaux sur les **assemblages** tels que la planification d'assemblages ou l'étude de faisabilité de l'assemblage, se font à l'aide des **classes non-variationnelles**.

Pour être performant, les outils **d'analyse des assemblages** doivent prendre en compte les tolérances (les classes variationnelles) en utilisant la notion **d'assemblages variationnels**.

Nous allons maintenant voir les différentes méthodes pour effectuer l'analyse et la synthèse de tolérancement.

1-4 Outils d'analyse et de synthèse des tolérances

Tous les acteurs de la production ont besoin d'outils d'analyse pour modéliser les effets des tolérances selon leur point de vue. Par exemple, le concepteur doit vérifier que les pièces d'un mécanisme s'assemblent bien entre elles. Le fabricant doit s'assurer de la capacité du procédé et du processus pour garantir les tolérances. Finalement, le métrologiste doit vérifier la conformité des pièces aux spécifications. La figure 4 montre l'ensemble des domaines et des outils qui utilisent le tolérancement au cours de la fabrication d'une pièce.

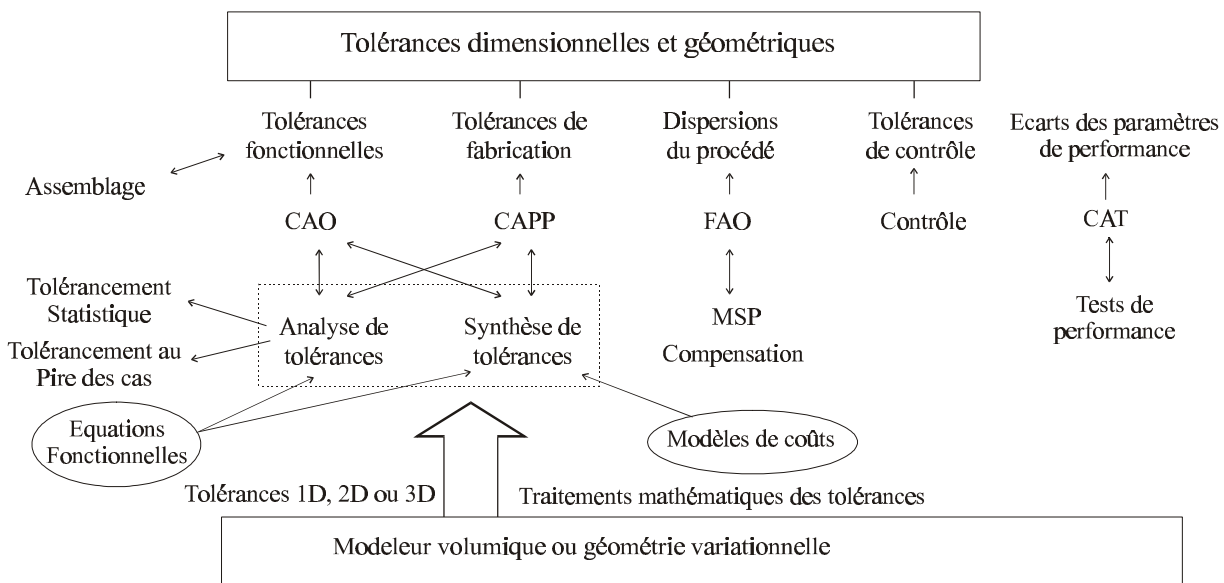


Figure 4 : Domaines d'utilisation du tolérancement [Zhang 92b]

On remarque bien que le tolérancement est présent dans tous les stades de vie du produit. Il découle de l'ensemble des acteurs qui travaillent sur la définition et la fabrication des pièces mécaniques. Le support des tolérances est actuellement le modeleur volumique qui définit la géométrie nominale du produit.

Notons que selon les industriels, les ingénieurs de conception admettent que, dans la plupart des cas, l'allocation des tolérances est guidée par l'expérience passée de l'ingénieur et les données des *capabilités* des procédés. Les tolérances sont rarement le résultat d'un calcul objectif de ce

qui est nécessaire pour assurer au coût minimum la fonction que doit remplir le produit [Schultheiss 99].

La difficulté de la définition du tolérancement vient des différents niveaux conceptuels où l'on définit et vérifie les besoins fonctionnels. Ces besoins sont définis au niveau de l'assemblage, puis répartis sur chaque pièce. Le tolérancement d'un système mécanique est donc effectué sur les pièces et non pas sur le mécanisme. Le passage entre ces différents niveaux n'est pas une chose aisée. Il dépend fortement de l'expérience et des compétences des différents acteurs.

Sur la figure 5 nous schématisons les différents niveaux de l'analyse des tolérances au cours de la conception. A gauche de cette figure, se trouve l'abstraction au niveau de l'*assemblage*. C'est à ce niveau que l'on définit les besoins fonctionnels de l'assemblage. Au niveau de l'assemblage, on ne sait pas toujours exprimer en termes mathématiques (jeu ou écart) le besoin réel strict. On dispose plutôt de concepts, qui découlent de la pratique, tels que par exemple, « cette pièce doit guider en translation cette autre pièce ». Le concepteur choisit en général les tolérances les plus contraignantes pour garantir le fonctionnement et éviter les problèmes ultérieurs [Gaunet 94, Schultheiss 99].

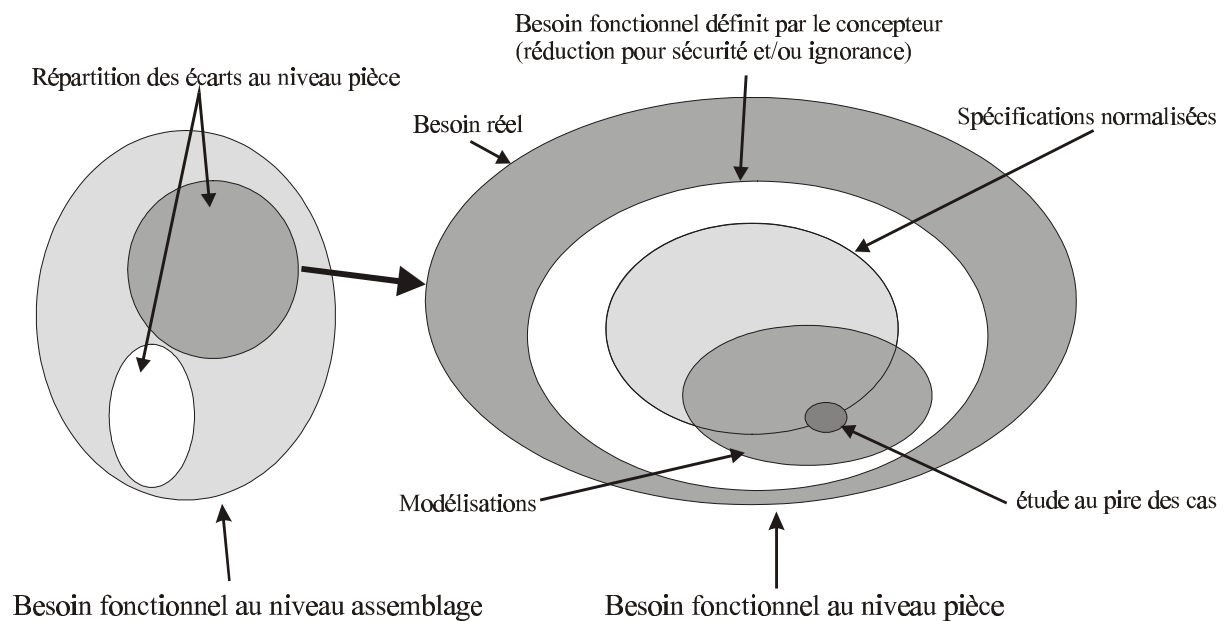


Figure 5 : Etapes de l'analyse

Une répartition des tolérances au niveau de chaque pièce est ensuite effectuée, ce qui permet de définir le besoin fonctionnel réel au niveau pièce (partie droite de la figure 5). La répartition des jeux sur la géométrie des pièces intervenant dans l'assemblage n'est pas toujours simple à effectuer. Elle conduit très souvent à une réduction du domaine de faisabilité au niveau de chaque pièce. Cette répartition résulte d'un compromis permanent entre les contraintes antagonistes des différents métiers et la fonction à satisfaire.

La traduction en tolérances normalisées des zones de faisabilité est une étape supplémentaire qui réduit encore ce domaine. En effet les normes ne permettent pas de traduire tous les besoins fonctionnels et peuvent entraîner des ambiguïtés d'interprétation entre les différents acteurs [Ballu 94]. Des auteurs proposent même de définir des nouvelles formes de zones de tolérances pour garder des pièces fonctionnelles qui seraient rejetées par les zones de tolérances traditionnelles [Linares 99a, Linares 99b].

Afin d'effectuer les analyses nécessaires, l'utilisateur a souvent recours à des modèles simplificateurs pour convertir les zones de tolérances en paramètres ou modèles mathématiques. On parle alors de classe variationnelle paramétrique [Turner 87, Requicha 92]. Pour cela, l'utilisateur pose des hypothèses simplificatrices, comme par exemple, la non-prise en compte des défauts de forme, la perfection de la géométrie, etc.. Cette paramétrisation conduit à une nouvelle réduction du domaine de faisabilité de l'assemblage.

D'autre part, l'analyse ne couvre pas nécessairement l'ensemble de la classe variationnelle paramétrique, elle se limite souvent à l'étude au pire des cas. Ceci pour des raisons dues à la complexité de calculs et à la longueur de ces derniers.

1-4.1 Analyse des tolérances

Une des fonctions que l'on doit vérifier est la faisabilité géométrique de l'assemblage. Cette vérification peut être faite dans la classe non-variationnelle d'assemblage, ou, d'une façon plus globale, mais souvent complexe, dans la classe variationnelle [Robinson 98, Schultheiss 99].

Le concepteur peut aussi vérifier un comportement moins global de l'assemblage comme par exemple, le jeu minimum entre deux pièces. Pour cela, il doit paramétrer les besoins fonctionnels et les spécifications à l'aide d'une modélisation.

Le paramétrage consiste à choisir un modèle et des paramètres qui couvrent au mieux les zones de tolérance à étudier.

L'analyse des tolérances calcule les effets d'un choix des valeurs et des types de tolérances sur le besoin fonctionnel que doit satisfaire le produit.

Le paramétrage aboutit souvent à une ou des équations de la forme suivante :

$$y=f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3)$$

avec :

- y la valeur de la fonction de conception f représentant le besoin fonctionnel ;
- x_i la valeur du paramètre i .

Cette fonction est simple à modéliser dans le cas unidirectionnel [Bourdet 73] mais elle devient complexe à calculer dans le cas de tolérancement tridimensionnel [Roy 91], suivant le modèle utilisé. Le modèle de Bourdet et Ballot qui utilise les torseurs des petits déplacements permet d'obtenir des équations comme l'équation 3, [Ballot 95b, Ballot 97]

Selon cette définition, l'analyse permet de calculer y connaissant f et les valeurs des x_i .

Cette manière de présenter le problème de l'analyse des tolérances a conduit à un ensemble de modèles permettant de décrire les équations fonctionnelles. Nous détaillerons ces modèles dans les paragraphes suivants.

Deux outils sont généralement utilisés pour calculer l'analyse de la fonction f :

- l'analyse au pire des cas ;
- l'analyse statistique.

1-4.1.1 Analyse au « pire des cas »

Il n'y a pas de définition rigoureuse de la notion de pire des cas. Généralement, elle découle des notions développées dans le cas du tolérancement unidirectionnel.

Par exemple, si nous prenons les deux pièces définies à la figure 6, et que nous supposons qu'elles seront fabriquées sans aucun défaut géométrique. Nous pouvons nous demander quel sera le jeu maximum entre les deux pièces dans le pire des cas ? Nous pouvons modéliser les deux diamètres dans un espace à une dimension. L'alésage aura deux pires cas limites. Le premier, quand il sera à sa dimension minimum de 10 mm, le second quand il sera à sa dimension maximum de 10.05 mm. Pour le cylindre, de la même manière que pour le premier pire cas sera obtenu quand l'arbre atteindra sa dimension minimum de 9.7 mm et le second quand il atteindra sa dimension maximum de 9.75 mm. Nous voyons facilement qu'avec ces hypothèses, au pire des cas, le jeu maximum entre les deux pièces sera de $10.05 - 9.7 = 0.35$ mm.

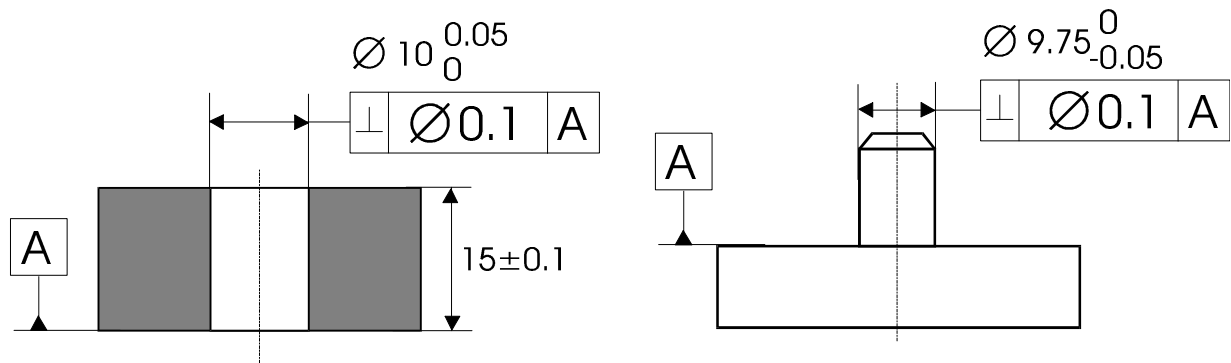


Figure 6 : Définition d'un assemblage

Avec les hypothèses que nous avons faites, l'étude au pire des cas est simple. Cependant, la modélisation se complique si nous prenons en compte les différents niveaux de défauts autorisés au niveau de la géométrie.

La plupart des auteurs calculent le pire des cas en évaluant la valeur de la fonction f de l'équation 3 pour les valeurs extrêmes des x_i . Ceci ne garantit pas que la valeur de y soit critique pour ces valeurs [Turner 87]. Cette hypothèse suppose que f est une fonction monotone. Schultheiss et Hinze [Schultheiss 99] signalent que certains problèmes qui apparaissent en cours

de production sont dus au fait que le concepteur a ignoré, au cours de son étude, certains paramètres qu'il ne pensait pas critiques, alors qu'ils l'étaient. Ceci est dû aussi au fait que la complexité du système mécanique, de sa cinématique et de sa géométrie produit des effets dont l'ingénieur n'a pas immédiatement conscience au cours de l'analyse. Etant donné que le champ d'étude est trop vaste pour être totalement parcouru, l'ingénieur fait des hypothèses sur la criticité de certains paramètres pour réduire le champ d'investigation.

Nous pensons qu'il n'y a pas forcément une seule configuration des différentes pièces qui aboutit au pire des cas du mécanisme. De même qu'au niveau de la pièce, il n'y a pas une seule configuration des paramètres qui aboutit au pire cas possible pour la pièce.

Les *pires des cas* doivent se trouver dans les limites de l'espace des configurations des paramètres de la pièce ou de l'assemblage. Ils doivent se trouver sur les singularités liées à la cinématique du mécanisme ou des zones de tolérances [Chablat 98, Bennis 99, Pino 99a, Pino 99b].

Robinson propose une formulation inverse du problème. Au lieu d'étudier la faisabilité de l'assemblage en fonction d'un tolérancement quelconque, il propose des règles pour définir un tolérancement permettant directement de créer deux pièces particulières de la classe variationnelle. Les pièces au maximum et minimum de matière. C'est avec ces pièces que sera effectué le calcul de la faisabilité et non pas avec l'ensemble des pièces de la classe variationnelle. Ceci permet de simplifier l'étude au pire des cas [Robinson 98].

Pour vérifier la faisabilité de l'assemblage on utilise aussi des outils de calcul d'enveloppe. Ces outils permettent de calculer l'enveloppe globale d'une pièce en prenant en compte l'effet de l'ensemble des tolérances composant la pièce et de détecter les interférences entre ces enveloppes, comme on le voit sur la figure 7 extraite de [Schultheiss 99].

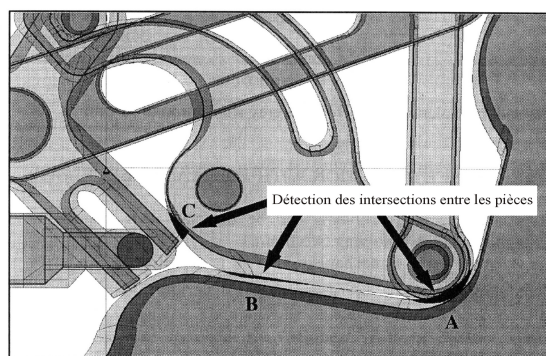


Figure 7 : Détection des interférences à l'aide de l'enveloppe [Schultheiss 99]

De tels outils d'analyse nécessitent de modéliser à la fois les pièces de la classe variationnelle et la cinématique de l'assemblage. Le modèle cinématique développé par Rivest répond en partie à cette condition [Rivest 94a], ainsi que les travaux de Srinivasan et Jayaraman [Jayaraman 89,

Srinivasan 89], ceux de Joskowicz et Shacks [Joskowicz 97] et ceux de Pairel [Pairel 95, Pairel 97].

1-4.1.2 Analyse statistique

Il existe plusieurs raisons qui justifient l'utilisation des outils statistiques pour l'analyse des tolérances. Ces raisons sont aussi bien d'ordre technique qu'économique. Nous citons ici les plus pertinentes.

- Sauf certains cas extrêmes, comme les pièces de sécurité en aéronautique, les plans de contrôle des pièces en production se basent généralement (sinon toujours) sur des échantillonnages calculés et très rarement sur un contrôle à 100% des pièces.
- Le modèle au pire des cas est un pessimiste : la probabilité d'avoir toutes les entités de toutes les pièces de l'assemblage dans le pire des cas des états est quasiment nulle.
- D'autre part, il est probable qu'une partie des erreurs se compense entre les pièces lors de l'assemblage [Srinivasan 96].
- Les tolérances ont pour objectif de prendre en compte les dispersions de fabrication, or certaines composantes des dispersions de fabrication sont de nature aléatoire.
- La dernière raison est liée aux exigences actuelles de la production et du marché. Elle est due aux valeurs des tolérances qui sont de plus en plus réduites, en particulier dans les domaines de l'électro-mécanique comme, par exemple, la fabrication des disques durs pour ordinateur. Les tolérances assignées à ces composants sont plus réduites que les capacités des machines sur lesquelles elles sont produites. Il n'y a plus d'autre choix que d'appliquer des hypothèses statistiques pour augmenter les tolérances afin de respecter les capacités des machines

L'hypothèse statistique de base est celle d'accepter qu'un pourcentage raisonnable et calculé de pièces ne satisfasse pas la fonction souhaitée (ou non conforme, en cas de spécification). D'autre part, au moment du contrôle, il est nécessaire d'avoir une population de pièces avant de déclarer la conformité ou non de cette population. A notre connaissance, toutes les méthodes d'analyse statistique utilisent une paramétrisation de la géométrie des pièces et travaillent principalement sur l'exploitation de l'équation 3. La caractérisation de la fonction $f(x_1, \dots, x_n)$ nécessite la connaissance de la fonction de répartition de celle-ci. Suivant les hypothèses qu'on applique aux distributions associées aux paramètres x_i , il est possible d'identifier plus ou moins bien la distribution de y . Dans la majorité des cas, on suppose que les variables x_i sont indépendantes et qu'elles sont distribuées selon une loi normale dont la moyenne est centrée sur la valeur nominale et dont la valeur de la tolérance est égale à six fois l'écart type. Ces hypothèses associées au théorème de la loi centrale permettent de conclure que $y = f(x_1, \dots, x_n)$ est également distribuée selon une loi normale dont il est possible de calculer la moyenne et l'écart type après linéarisation de la relation 3 [Whitney 93, Skowronski 96, Skowronski 97, Srinivasan 96]. Dans

la réalité, les variables x_i sont rarement indépendantes, non centrées et ne suivent pas toujours une loi normale. En plus, les modèles utilisent souvent des tolérances définies par des intervalles et ne traitent pas directement les tolérances géométriques. On retrouve dans [Bennis 2000a] une prise en compte des tolérances géométriques pour l'analyse statistique.

Cependant, les travaux de normalisation en tolérances statistiques sont en cours et vont certainement permettre une avancée dans ce domaine [Srinivasan 97].

1-4.1.3 Hypothèse du défaut de forme nul en analyse des tolérances

La plupart des modèles d'analyse des tolérances font l'hypothèse que le défaut de forme des surfaces est nul. Ainsi, une surface cylindrique sera modélisée par un cylindre parfait. Cette hypothèse simplifie l'étude en ignorant les défauts de forme des différentes entités d'une pièce, mais son utilisation implique un ensemble de conséquences qui ne sont pas toujours bien perçues. En faisant cette hypothèse, un ensemble de spécifications définies par des tolérances géométriques se confondent au cours de l'analyse.

Ainsi une tolérance de coaxialité et une tolérance de localisation sur un axe peuvent être modélisées et analysées de la même manière, les entités peuvent alors être modélisées uniquement par leur position et leur orientation.

Malgré ce défaut, cette hypothèse est souvent incontournable, car la prise en compte de l'ensemble des défauts de forme dans les modèles de tolérancement géométrique rend ces derniers trop complexes et trop difficiles à étudier. Cependant elle permet, en simplifiant le problème, d'avoir déjà une première approche assez voisine de la réalité, et suffisante dans la plupart des problèmes.

1-4.1.4 Accumulations des dispersions de fabrication

Au cours de la réalisation d'une pièce, il est nécessaire de mettre en œuvre plusieurs procédés et processus de fabrication. Les dispersions de fabrication sont dues à la fois au procédé et au processus de fabrication, c'est-à-dire au choix du type d'usinage, de la machine, des outils et des porte-pièces qui vont permettre de réaliser la pièce. D'autre part, la qualification des opérateurs est certainement à prendre en compte. Dans la suite, nous désignerons par moyens de production, le procédé et le processus de fabrication. Pour que la pièce fabriquée respecte les tolérances définies en cours de conception, il faut vérifier que les moyens de production sont capables de produire de telles pièces de manière répétitive. Il est très difficile de connaître et d'utiliser la *capabilité* des moyens de production [Farmer 99].

Avec l'apparition des machines outils à commande numérique, on peut, aujourd'hui, réaliser un ensemble d'entités dans une même phase d'usinage sans démonter la pièce. Ceci permet, d'une part, de réduire les erreurs dues à la remise en position de la pièce et d'autre part, de réduire les temps de production en évitant les démontages de la pièce. Les entités n'étant pas forcément

définies par le concepteur dans le même système de référence, il faudra :

- Effectuer un transfert des différentes tolérances contrôlant les entités dans le référentiel de la machine.
- Comparer ces tolérances ainsi exprimées avec les dispersions de fabrication du procédé de fabrication pour vérifier que la machine est capable de réaliser la tolérance.

On parle aussi de simulation d'usinage ou d'analyse descendante [Gaunet 94, Bennis 97, Le Pivert 99, Desrochers 99].

Le procédé inverse de l'analyse descendante est l'analyse ascendante. Dans ce cas, on cherche à vérifier que l'accumulation des dispersions des moyens de production, pour réaliser une entité, est inférieure aux tolérances définissant cette entité [Dupinet 95, Gaudet 99].

1-4.2 Synthèse des tolérances

La synthèse des tolérances est un problème plus complexe que l'analyse des tolérances. Il vise à trouver les valeurs des différentes tolérances participant à l'accomplissement d'un besoin fonctionnel, en optimisant le coût global de la production. La plupart des auteurs présentent la synthèse comme étant le problème opposé de l'analyse, qui consiste à résoudre le problème suivant : trouver les x_i connaissant l'expression de f et les valeurs de y .

Nous pensons plutôt qu'il existe plusieurs niveaux de synthèses de tolérances. Le plus couramment présenté dans les publications est celui où l'on cherche à trouver les valeurs des tolérances qui minimisent le coût de production de la pièce. Le respect du besoin fonctionnel est pris comme une contrainte du problème d'optimisation. Ceci nécessite donc de choisir un modèle de coût de production en fonction de la tolérance à réaliser. Les modèles utilisés sont des modèles empiriques qui donnent seulement une idée du coût de réalisation des entités [Zhang 92a, Zhang 92b, Zhang 96]. Ce niveau de synthèse suppose donc que l'on connaisse déjà les types de tolérances que l'on va appliquer aux différentes entités pour répondre au besoin fonctionnel et que l'on a déjà effectué une paramétrisation à l'aide d'un modèle. En particulier, le choix des références est déjà effectué.

Les autres niveaux de synthèse des tolérances correspondent à des niveaux où ces choix sont à faire. C'est-à-dire où ni les types des tolérances, ni le choix des références sont déjà effectués par l'utilisateur. On se rend compte que cela entraîne une augmentation de la complexité des problèmes. Nassef et ElMaraghy, proposent d'une part, de choisir les procédés de fabrication qui permettent d'avoir un coût optimal, puis de définir le type et les valeurs de tolérances de fabrication pour rejeter le moins d'assemblages possible [Nassef 97].

Gao et Chase proposent des outils pour calculer les dimensions des mécanismes et les variations possibles des dimensions pour garantir une robustesse de ce dernier [Gao 95, Ravaut 99].

On peut imaginer un modèle de synthèse de mécanismes couplé avec un système de synthèse des tolérances. Le mécanisme et son tolérancement seront donc optimisés pour que le fonctionnement du mécanisme soit robuste vis à vis des perturbations entraînées par les variations des entités le composant avec un coût global optimum.

Une autre voie de recherche possible est d'utiliser des notions de logique floue pour satisfaire au mieux l'ensemble de ces concepts antagonistes et trouver un compromis raisonnable [Bennis 2000b]. Cependant Antonsson [Antonsson 95] remarque qu'il faut bien distinguer la modélisation floue des tolérances et la résolution en logique floue de l'optimisation des tolérances.

1-4.3 Contrôle et inspection

Le contrôle et la vérification des tolérances visent à vérifier que la pièce fabriquée est conforme aux spécifications définies par le concepteur. Les méthodes de contrôle se sont, elles aussi, modernisées. Nous sommes passés du contrôle par des outils de mesure de distance, tels que les pieds à coulisse ou des verniers, etc. ou des outils de validation tels que les calibres de contrôle, à un contrôle par palpéage de nuages de points par une machine à mesurer tridimensionnelle (MMT). Le palpéage peut être physique à l'aide d'une sphère, ou à distance à l'aide d'un laser ou de franges d'interférences de lumière. Ces nouveaux types de contrôle posent des problèmes liés à l'association entre le nuage de points généré et la surface théorique à contrôler. Des méthodes telles que celle des petits déplacements proposée par Bourdet, permettent d'ajuster au mieux un nuage de points à une surface théorique [Bourdet 95b, Fortin 95].

L'autre problème du contrôle par MMT et qu'il est très difficile de simuler ce qu'un calibre fonctionnel arrive facilement à faire. La simulation des mouvements d'un calibre n'est pas une chose aisée. Pairel a proposé un modèle se composant de calibres virtuels *englobants* et *ajustants* pour simuler ce contrôle à l'aide d'une MMT [Pairel 95, Pairel 97]. Les calibres sont soit élémentaires, soit composés. Les notions de priorités entre les différents calibres sont respectées. Le calcul des déplacements des calibres est effectué à l'aide d'une méthode des petits déplacements.

C'est un modèle simple qui permet de vérifier certaines spécifications évoluées comme celles des exigences au maximum de matière. Pairel, à l'instar de Srinivasan et Robinson, cherche à créer des outils permettant au concepteur d'exprimer directement les besoins fonctionnels sans passer par une représentation à l'aide de tolérances normalisées.

Il existe aussi des pratiques courantes permettant de contrôler les tolérances de localisation de pièces comportant des modificateurs d'états [Etasami 91, Foster 94, Bourdet 94, Fortin 95, Bennis 99, Pino 99a].

1-4.4 Outils d'ingénierie simultanée

Les modes de conception/fabrication/contrôle actuels sont des boucles itératives où le concepteur fait des hypothèses sur la capabilité des procédés pour l'aider à fixer différentes valeurs des tolérances. Puis, la fabrication vérifie la possibilité de réaliser ces spécifications. Finalement, le contrôle s'assure que les moyens de production employés ont bien respecté les spécifications. Si l'un des acteurs viole ces spécifications, le processus est répété et les valeurs modifiées jusqu'à l'obtention d'une solution [Srinivasan 93]. Or, de nouveaux procédés de conception sont en cours d'élaboration. Ce sont les processus d'ingénierie simultanée (*concurrent engineering*) où l'ensemble des acteurs travaillent simultanément sur un produit. Dans ces processus, le fait que l'analyse de la fabrication au plus tôt dans le processus de conception, devrait permettre d'optimiser au plus tôt le tolérancement [Willhelm 92]. Ceci devrait induire une diminution des coûts. Par contre, ceci implique d'avoir des outils d'analyse des tolérances, en conception et en fabrication, plus rapides et pouvant travailler avec des données qui ne sont pas encore bien définies. De nouveaux outils et modèles d'analyse sont donc à définir.

Ainsi, il existe de nombreux besoins pour étudier les assemblages, et les pièces les composant au cours de la conception, de la fabrication et du contrôle. Le but de notre travail est de proposer une modélisation convenant à tous les acteurs et permettant de prendre en compte aussi bien les aspects liés à l'analyse du mécanisme, que les aspects liés à l'analyse d'une unique pièce, ceci en conception, en fabrication ou au cours du contrôle. Nous allons maintenant présenter les modèles couramment utilisés dans l'analyse et la synthèse des tolérances.

1-5 Modèles de spécifications

Le besoin de faire de l'analyse à tous les niveaux de la production a conduit à l'émergence d'un nombre important de modèles souvent spécifiques du métier traité. Il existe cependant des approches qui tentent d'uniformiser les modèles pour l'ensemble des métiers [Clément 94, Mathieu 97b]. Ces modèles représentent, en général, une approximation plus ou moins fidèle du besoin fonctionnel ou de la spécification normalisée. Généralement, les modèles répondent aux spécifications décrites par les normes, mais certains d'entre eux s'en écartent en jugeant qu'elles ne sont pas complètes ou mal adaptées.

Nous décrivons ci-après les deux premières approches dans les modèles de tolérancement.

Dans la première approche, le tolérancement est vu uniquement comme une partie de la géométrie. Il est donc naturel que l'un des premiers modèles de tolérancement proposé par Hillyard et Braid [Hillyard 78] utilise les variations de la géométrie nominale pour modéliser les différentes pièces. Pour ces auteurs, chaque dimension D d'une pièce est définie en fonction de la géométrie nominale G de cette pièce. Les variations de la géométrie donneront les variations des dimensions suivant l'équation (4).

$$\Delta D = J \Delta G \quad (4)$$

où J représente une matrice jacobienne associée à la pièce. La pièce est donc modélisée par une représentation en *fil de fer* où chaque arête de la pièce représente une barre dont la dimension peut varier. La variation des dimensions des barres va engendrer la variation de la géométrie de la pièce.

La deuxième approche est celle de Requicha [Requicha 77, Requicha 83] qui ne regarde plus la variation individuelle de chaque surface mais définit un modèle par zone de tolérances. Ces zones sont obtenues à l'aide d'un décalage de la surface nominale (*offset*). Une surface fabriquée sera conforme si elle est réalisée à l'intérieur de cette zone.

Nous allons maintenant présenter dans les paragraphes suivants les spécificités de chaque modèle découlant de ces deux approches historiques.

1-5.1 Modèles par décalage de surface

Le modèle proposé par Requicha pour représenter un solide, repose sur la notion mathématique de *r-set*. Ce sont des ensembles bornés, fermés, réguliers et semi-analytiques. Ces notions de *r-set* sont les bases des modeleurs CSG proposés par Requicha dont les opérations booléennes sont régularisées [Requicha 77].

De plus, Requicha propose la notion de classes variationnelles. Ces classes permettent de définir l'ensemble des pièces que l'on peut associer à un solide nominal et qui répondent à un même besoin fonctionnel. Généralement, cette classe est obtenue par un décalage des surfaces nominales de chaque entité composant la pièce, par une sphère. Ceci permet de définir une zone de tolérance [Requicha 83].

Une pièce réelle respectera les tolérances si l'ensemble des surfaces des entités se trouvent dans leurs zones de tolérance respectives. La figure 8, présente la définition de la classe variationnelle (figure 8a) ainsi que la définition des zones de tolérance correspondant à chaque entité de la pièce (figure 8b). La pièce fabriquée est ici conforme à ses tolérances car l'ensemble de ses surfaces se trouvent dans la zone de tolérance correspondante.

Comme l'ont souligné Farmer et Gladman, cette définition des zones de tolérance n'était pas conforme aux spécifications de l'époque. Elle ne permettait pas, de représenter l'ensemble des spécifications normalisées [Farmer 86].

Notons cependant que le but de Requicha était de trouver un modèle qui permet d'exprimer une alternative aux normes de l'époque.

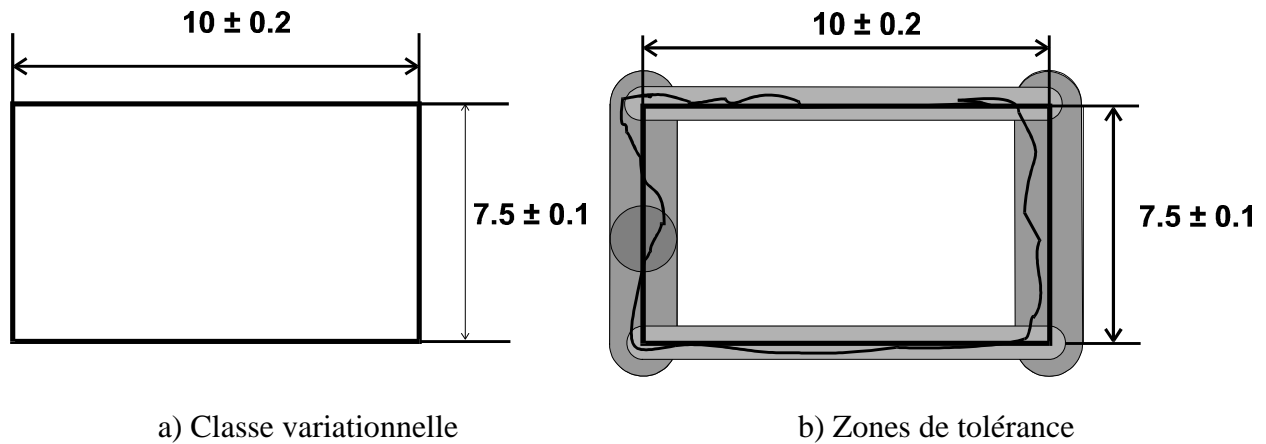


Figure 8 : Modèle de décalage de surface de Requicha

Srinivasan et Jayaraman reprennent la définition des classes variationnelles [Jayaraman 89, Srinivasan 89]. Une partie de ces travaux ont abouti à la définition mathématique de la notion de maximum et minimum de matière à l'aide d'un balayage de deux sphères sur une surface quelconque [ASME 94b].

Bien que les travaux de Requicha définissent des spécifications qui sont loin des normalisations de l'époque, ils permettent de lancer les bases d'un modèle qui s'éloigne des dépendances technologiques et propose des notions mathématiques et théoriques à l'aide d'un formalisme rigoureux pour définir les zones de tolérances.

Requicha a lancé un caillou dans la marre du tolérancement, caillou qui a engendré un certain nombre de vagues qui ont abouti à une profusion de modèles différents pour améliorer les normes de tolérancement et les faire évoluer pour qu'elles soient en accord avec les outils de conception, de fabrication et de contrôle d'aujourd'hui et de demain. Les remous sont loin de s'arrêter.

1-5.2 Modèle des exigences fonctionnelles sur les frontières virtuelles

L'approche proposée par Srinivasan et Jayaraman est une continuation des travaux de Requicha. Elle traduit les besoins fonctionnels de l'assemblage en introduisant la notion d'exigences fonctionnelles sur les frontières virtuelles (*Virtual Boundary Requirements*, VBR). [Srinivasan 85, Jayaraman 89]

Ils associent à chaque surface définissant la frontière d'un solide un demi-espace ainsi que des opérateurs de décalage. Cette association permet de généraliser les exigences de cotation au maximum et au minimum de matière. Ceci permet de créer des demi-espaces où la matière de la pièce doit se trouver, et trouve une application directe en assemblage. À l'aide de cette notion d'exigence sur les frontières virtuelles, l'analyse de l'assemblage du mécanisme se fait en étudiant la non-interférence des demi-espaces générés. Nous reviendrons par la suite sur ces travaux.

Pour Jayaraman et Srinivasan, les tolérances normalisées sont de deux types : les tolérances inconditionnelles (*Unconditional tolerance*) et les tolérances conditionnelles (*Conditional tolerance*).

Les tolérances inconditionnelles spécifient que les variations permises à la géométrie d'une entité ne dépendent pas de l'état de l'entité réelle. En général, toutes les spécifications *sans égard aux dimensions* (RFS) sont des tolérances inconditionnelles.

Au contraire, les tolérances conditionnelles spécifient que les variations permises de la géométrie dépendent de l'état de l'entité réelle. Les tolérances au maximum et minimum de matière sont des tolérances conditionnelles.

Les tolérances conditionnelles peuvent être traduites en exigences fonctionnelles sur les frontières virtuelles (VBR). La notion d'exigence sur les frontières virtuelles permet de définir le besoin fonctionnel lié à l'assemblage. Cependant elle ne donne aucune valeur aux tolérances qu'il faudra choisir pour assurer ce besoin. C'est donc à l'aide de tolérances conditionnelles que le concepteur pourra exprimer ces besoins. Malheureusement, le passage entre les VBR et les tolérances conditionnelles n'est pas unique, ni direct. Il n'existe à l'heure actuelle aucun outil de traduction entre ces deux modèles, bien que Srinivasan et Jayaraman aient proposé quelques voies de recherche [Srinivasan 85, Srinivasan 89].

Srinivasan reprend la sémantique mathématique du tolérancement proposée par Requicha [Requicha 83, Srinivasan 93]. Cette sémantique est définie selon la procédure d'inspection théorique suivante :

Une pièce fabriquée P , modélisée par un solide S , satisfait une spécification de tolérance T si et seulement si il existe une décomposition de dP (les frontières de P) en des sous-ensembles G_i (appelés surfaces actuelles de P) tels que :

- $\cup G_i = dP$.
- Il existe une correspondance bijective entre les éléments de G_i et les surfaces nominales des entités F_i du solide S .
- Chaque entité G_i satisfait une assertion A_{ij} associée à l'entité F_i correspondante.

Les assertions A_{ij} sont souvent de la forme : « il existe une zone de tolérance... qui contient... »

Une pièce P est conforme si et seulement si la procédure d'inspection précédente est respectée.

Srinivasan propose une classification des zones de tolérance géométriques en trois catégories :

1. Les zones de tolérance de type I :

Il existe une zone de tolérance Z_i soumise à des contraintes qui dépendent du type de la tolérance (c'est-à-dire, de forme, de dimension, de position ou d'orientation), telles que $G_i \subset Z_i$.

Par exemple, une zone de tolérance de cylindricité est une zone de tolérance de type I car elle s'applique à la frontière réelle du cylindre.

2. Les zones de tolérance de type II :

En utilisant des procédures d'association (d'ajustement et de limitation) une entité géométrique \hat{D}_i est extraite à partir de G_i . Alors il existe une zone de tolérance Z_i soumise à des contraintes telles que $\hat{D}_i \subset Z_i$.

Par exemple, une tolérance de perpendicularité appliquée à l'axe d'un cylindre par rapport à un plan définit une zone tolérance de type II. En effet, l'axe du cylindre est déduit de la mesure de la surface réelle du cylindre. Cet axe est contraint d'être dans la zone de tolérance de perpendicularité Z_i .

3. Les zones de tolérance de type III :

En utilisant des procédures d'ajustement, on obtient une entité de forme parfaite \hat{G}_i qui agit comme un substitut de G_i . Alors, les paramètres de forme et/ou de position de \hat{G}_i doivent être contenus dans un intervalle paramétrique. Cet intervalle définit une zone de tolérance dans l'espace des paramètres.

Par exemple, la localisation d'une surface plane par rapport à un système de référence peut être réalisée en associant un plan théorique à la surface réelle du plan. Puis en vérifiant que les paramètres définissant le plan théorique sont dans un domaine prédéfini. Ce domaine est la zone de tolérance de type III. Par exemple si le plan est défini par une équation du type $z = a x + b y + c$, alors la variation des paramètres a , b et c forme la zone de tolérance de type III.

Les frontières virtuelles traduisent les besoins fonctionnels en limitant les zones de tolérance de type I (nous verrons par la suite comment sont définies ces frontières virtuelles). Si pour des raisons d'analyse, on veut connaître la tolérance permise sur différents paramètres de la zone de tolérance de type I, alors il faut convertir cette dernière en une zone de type III. Les tolérances sur les paramètres sont appelées tolérances conditionnelles (*Conditional Tolerances*) car les frontières de ce domaine conduisent à une interdépendance entre les paramètres [Srinivasan 89].

De plus, depuis peu, une attention est portée sur le problème inverse : le calcul de l'effet collectif de la tolérance de forme, de dimension, de position et d'orientation d'une entité sur une entité

unique ou un groupe d'entité. Ce problème consiste à rechercher la zone de tolérance de type I connaissant la zone de tolérance de type II ou III. Srinivasan a aussi monté le besoin d'outils de balayage (*sweep*) pour pouvoir étudier cette conversion des zones de type II et III en une zone de type I. Il propose d'utiliser des opérations d'union et d'intersection des pièces pour réaliser cette opération [Srinivasan 93].

Les méthodes que nous allons mettre en œuvre dans les prochains chapitres sont des méthodes de balayage qui permettent de traduire une zone de type II ou III en zone de type I et inversement.

1-5.3 Pièce virtuelle et pièce résultante

L'un des modèles de tolérancement qui utilise le plus la notion de maximum et minimum de matière est celui proposé par Robinson [Robinson 98]. Il propose un ensemble de contraintes sur les tolérances définissant la pièce. Ceci permet de définir la notion de pièce au maximum et minimum de matière. Ces deux pièces sont les deux représentants de l'ensemble des pièces que l'on peut fabriquer tout en respectant les spécifications. Elles permettent de contrôler l'ensemble des pièces de la classe variationnelle car chaque pièce de la classe variationnelle doit être contenue par la pièce au minimum de matière et doit contenir la pièce au maximum de matière.

En éliminant certaines contraintes des pièces au maximum de matière, Robinson propose de définir deux nouvelles pièces : la pièce résultante et la pièce virtuelle [Robinson 97, Robinson 98]. Ces deux pièces n'appartiennent plus à la classe variationnelle mais elles englobent ou sont englobées par l'ensemble des solides de la classe. Les travaux de Robinson étendent donc les notions définies par Requicha et par Srinivasan et trouvent une application directe dans l'analyse et le contrôle des pièces, car la pièce au maximum de matière peut agir comme un gabarit de contrôle pour l'ensemble des pièces de la classe variationnelle.

A l'instar de Srinivasan, le but de Robinson était de proposer de nouvelles spécifications permettant d'aider le concepteur à exprimer les besoins fonctionnels liés notamment à l'assemblage.

1-5.4 Modèles cinématiques

De nombreux modèles utilisent le fait que les variations des tolérances peuvent être modélisées à l'aide d'outils permettant de décrire la cinématique des solides. L'étude de la variation de cette cinématique permet d'analyser les variations des tolérances.

1-5.4.1 Structure cinématique

Un modèle novateur est le modèle cinématique de tolérance proposé par Rivest. Ce dernier permet de réaliser un balayage de la zone de tolérance à l'aide d'une structure cinématique. [Rivest 94a, Rivest 94b]. Ce modèle peut effectuer le balayage de l'ensemble de l'espace des zones de tolérance définies par la norme ASME [ASME 94a, ASME 94b]. En outre, il permet

d'associer des structures cinématiques pour former une chaîne de tolérances. Ce modèle permet de calculer le transfert d'une tolérance définie dans un référentiel, vers un autre référentiel en modélisant simplement la chaîne de tolérances comprise entre ces deux référentiels. À l'aide du même modèle, on peut aussi calculer l'analyse ascendante de tolérances c'est-à-dire le calcul des dispersions de fabrication. Nos travaux utilisent directement ce modèle et nous présenterons dans les chapitres 3 et 5 des extensions et des applications de ce dernier.

1-5.4.2 Géométrie variationnelle

Light et Gossard ont proposé un outil permettant de calculer la réduction des contraintes modélisant la géométrie d'un solide (en 2D) [Light 82]. Ils définissent pour cela une matrice jacobienne associée à la géométrie du solide. En utilisant certaines propriétés de la matrice jacobienne, on peut valider une cotation. Ceci permet de vérifier la consistance des différentes contraintes entre les éléments constituant le solide, en prenant en compte les variations possibles des valeurs des paramètres. Une application possible est le stockage d'une famille de produits avec la liste des valeurs des dimensions des différentes variantes du produit.

1-5.4.3 Dimensionnement cinématique des mécanismes

Un assemblage est constitué de différentes pièces. Au cours de la fabrication, les dimensions de ces dernières peuvent varier. Il est intéressant de regarder comment réagit l'assemblage à ces variations de dimensions. En effet, si on peut connaître la contribution de la variation d'un paramètre sur la fonction d'assemblage, on pourra optimiser la fabrication des paramètres les plus prépondérants. C'est ce que l'on appelle l'analyse de sensibilité d'un assemblage.

L'analyse de la sensibilité découle de l'analyse des tolérances. Chase et Huo proposent d'utiliser des polygones représentant les boucles vectorielles, modélisant les différentes interactions entre les pièces d'un mécanisme et de regarder l'effet des variations des dimensions des polygones. Pour trouver quelles sont les dimensions les plus critiques dans le comportement du mécanisme, on calcule les valeurs des dimensions donnant le mécanisme le moins sensible aux variations de ces dimensions. On parle alors de mécanisme robuste [Parkinson 85, Gao 95, Huo 96, Ravaut 99].

Enfin, une autre étude possible est de trouver le domaine de faisabilité du mécanisme en fonction des variations de ses dimensions puis, d'allouer les différentes tolérances de fabrication pour que le domaine couvert par ces tolérances soit optimum [Chase 91].

1-5.5 Modèles paramétriques

La modélisation paramétrique des tolérances proposée par Turner présente l'espace de faisabilité comme étant l'espace des paramètres qui vérifient la condition fonctionnelle [Turner 87]. Il a appliqué cette paramétrisation à un modeleur CSG pour former ce qu'il a appelé un CVG (*Constructive Variational Geometry*). Ce modeleur, nommé GEOTOL, permet de définir des

solides ainsi que des tolérances sur les entités composant ces derniers, mais aussi de modéliser l'assemblage des différents solides les uns par rapport aux autres, en ajoutant des contraintes entre les différents solides.

1-5.6 Tolérancement vectoriel

Le modèle de tolérancement vectoriel a été proposé par Wirtz [Wirtz 93]. Il propose de modéliser la position de chaque surface par un point et un vecteur. Il faut donc quatre vecteurs indépendants pour modéliser l'état et la situation d'une entité. Un vecteur pour la position, un pour l'orientation, un pour la forme et un pour la dimension. A chaque vecteur sont associées deux variables une pour l'état nominal et l'autre pour la déviation de cet état.

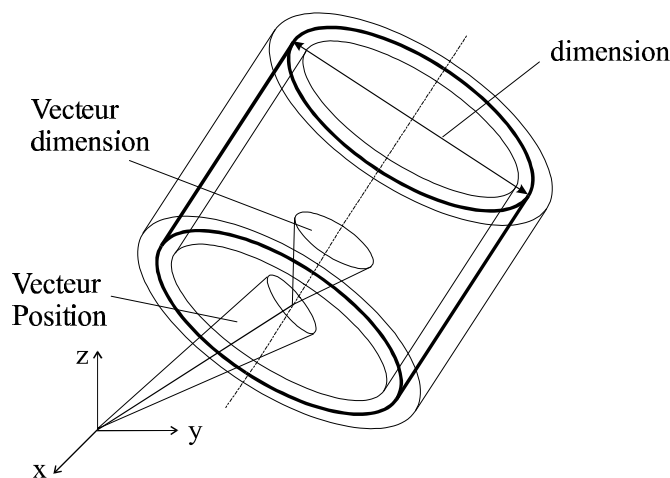


Figure 9 : Modèle vectoriel de Wirtz

Ce modèle utilisant uniquement des vecteurs pour décrire chaque entité, il faut pouvoir associer un référentiel non-ambigu de la pièce pour pouvoir positionner les différentes entités réelles. Ce modèle permet de lier les défauts des surfaces à leurs défauts de fabrication.

Gaunet a proposé d'utiliser ce modèle de tolérancement vectoriel mais de manière différente [Gaunet 94]. En effet, il associe à ce modèle les travaux effectués par Clément, Rivière et Temmerman [Clément 94, Rivière 93] sur les Surfaces Associées Technologiquement et Topologiquement (SATT) ainsi que le modèle des petits déplacements proposé par Bourdet [Bourdet 95a]. Le torseur des petits déplacements permet ici de modéliser les spécifications ainsi que les déviations entre la surface nominale et la surface de substitution. Gaunet utilise pour cela un échantillonnage des points de la surface nominale [Gaunet 94].

Les SATT reposent sur la notion des groupes de déplacements et définissent 7 classes de surfaces. Un SATT est une paire de surfaces d'un même solide associées pour des raisons fonctionnelles. Un SATT, permet de définir les paramètres nécessaires pour positionner une surface par rapport à une autre surface ou à un autre SATT. Le SATT d'une pièce comportant n surfaces est construit par des reclassements successifs des surfaces en SATT. Il y a 28 cas d'associations dénombrés et 13 sont utilisés dans le tolérancement et le dimensionnement. La

notion de système de référence est définie à l'aide d'Eléments Géométriques de Référence Minimum (EGRM). Dans chaque classe de surfaces globalement invariantes, on peut trouver des éléments géométriques de référence minimum tels que le point, la droite et le plan, nécessaires et suffisants pour définir le sous groupe de déplacement. Cet élément sera un EGRM.

L'idée de base des SATT est qu'il est avantageux de décrire l'ensemble des contraintes de positionnement relatif de deux sous-ensembles géométriques comme une entité en soi : le SATT [Rivière 93, Clément 94, Gaunet 94, Temmerman 98]

1-6 Normalisation du tolérancement

Les normes de tolérancement actuelles résultent de la généralisation des procédés appliqués dans les différentes industries au cours des années passées. Chaque industrie et chaque métier avait ses propres méthodes de création et de notation pour définir aussi bien la géométrie d'une pièce, que les tolérances qui lui sont associées. Pour simplifier les échanges entre toutes ces industries et métiers, les organismes de normalisation ont créé des normes de dessin et de tolérancement reflétant ces pratiques industrielles. Les premières normes furent les normes de tolérancement dimensionnel. Elles sont définies à l'aide de tableaux donnant la valeur de l'ajustement entre un arbre et un alésage en fonction, d'une part, de la précision que l'on veut donner à cet ajustement et d'autre part, du diamètre des deux éléments. Les ajustements seront donc glissants, justes ou serrés suivant le besoin que l'on veut réaliser. Ceci permet de créer toute une gamme d'outillages standardisés permettant de répondre aux valeurs définies par la norme. Il en résulte ainsi une réduction des coûts de l'outillage de fabrication (forets et alésoirs) et de contrôle (calibre de contrôle entre/ n'entre pas) grâce à la standardisation de ces valeurs. Cela permet aussi de faciliter l'interchangeabilité des pièces ainsi définies et fabriquées.

Néanmoins, cette norme ne permet d'assurer que les dimensions des éléments ajustables. Elle ne permet pas de définir et de garantir la géométrie de ces éléments. C'est pour cela, que l'on a normalisé les tolérances géométriques. Cependant il existe encore des décalages entre les spécifications fonctionnelles du concepteur et leurs expressions en tolérances normalisées. Des travaux sont en cours pour essayer de faire évoluer les normalisations pour pouvoir exprimer les différents besoins fonctionnels et ceci sans équivoque possible.

Le tolérancement géométrique normalisé n'est qu'une représentation graphique. Il soulève donc diverses interprétations mathématiques possibles. Il existe des travaux pour améliorer le tolérancement et pour enlever les ambiguïtés d'interprétation [Mathieu 95] ainsi que pour normaliser de manière mathématique les tolérances géométriques. Ces travaux ont abouti à la création de la première norme mathématique de tolérancement : la norme ASME Y14.5-1M1994 [ASME 94b]. Dans la suite, nous utiliserons les interprétations mathématiques de cette norme.

1-6.1 Vérification de la syntaxe des tolérances

Les normes de tolérances sont des représentations graphiques, ce qui les rend facilement identifiables par l'homme. Néanmoins, ce sont des représentations en 2 dimensions d'un modèle ayant 3 dimensions ce qui laisse une grande part à l'interprétation de leur signification par l'homme. De plus, elles ne permettent pas de décrire complètement les spécifications fonctionnelles [Ballu 94, Mathieu 95, Mathieu 97b]. Ceci entraîne souvent des ambiguïtés et des erreurs d'interprétation sémantiques et syntaxiques entre deux acteurs. Il en résulte qu'un grand nombre de tolérances portées sur un dessin de définition ne sont pas correctes aux niveaux de leur syntaxe et de leur sens défini par les normes de tolérancement. Les erreurs sont soit liées à la représentation graphique, soit liées à une mauvaise spécification des références ou à des spécifications géométriques que l'on ne peut pas vérifier. La pièce ne pourra pas être fabriquée ou contrôlée de manière à assurer le besoin fonctionnel pour lequel elle a été conçue. Il faut donc des outils permettant de vérifier la syntaxe et le sens des tolérances utilisées, pour vérifier si une surface peut être prise comme référence ou si une tolérance spécifique a un sens précis sur une entité donnée. Ceci est un problème complexe car les normes ne prennent ni en compte les dimensions intrinsèques des entités ni leur topologie [Leveaux 92, Ballot 95a, Mathieu 95].

En résumé, il existe des travaux pour définir des outils d'aide à l'analyse du tolérancement, des travaux sur la normalisation des tolérances, et des travaux sur des modélisations mathématiques des tolérances. Nous allons maintenant présenter les différentes voies de recherche au niveau des modèles utilisés pour inclure les tolérances dans les outils de CFAO.

1-7 Tolérancement et modeleurs volumiques

L'apparition des modeleurs volumiques n'a pas beaucoup fait évoluer les normes de tolérancement du fait de la diversité des modeleurs Ceci n'est pas fait pour faciliter la mise en place de normes de tolérancement adaptées aux modeleurs de volumiques 3D.

Le problème vient du fait qu'un modeleur est conçu pour définir la géométrie nominale du solide et non pas les variations de cette dernière. L'ajout de tolérances dans le modeleur volumique entraîne des possibilités de variation de la géométrie et donc des potentialités de perte de validité du modèle du solide.

1-7.1 Modeleurs volumiques

Il existe actuellement différents logiciels de CAO et CFAO. Chacun d'eux est capable de définir une géométrie nominale. Le cœur d'un logiciel de CAO est un modeleur volumique. Il existe différents types de modeleurs volumiques que l'on peut classer en différentes catégories suivant la manière dont sont définis les solides.

La première famille de modeleurs est celle qui est basée sur un partitionnement de l'espace proposé par la théorie des r-set. Le modèle le plus couramment utilisé est le modèle CSG

(*Constructive Solid Geometry*) [Requicha 77, Arbab 90]. Il représente les solides 3D par des opérations booléennes régularisées (union, intersection et différence) entre différentes primitives simples (parallélépipède, pyramide, cylindre, sphère, etc.). Un solide est donc un arbre dont les feuilles sont des primitives élémentaires et les nœuds sont des opérations booléennes. La tête de l'arbre représentera le solide final. Ce modèle est très simple : il permet toujours de représenter un solide physiquement réalisable. En effet, la régularisation des opérations booléennes permet d'éliminer les entités qui ne sont pas 2D-manifold. [Shah 95]. Ces entités ne respectent pas les équations d'Euler et ne sont pas des solides physiquement réalisables. Le principal défaut des modeleurs CSG est qu'il est très difficile de retrouver les informations sur les frontières du solide (faces, arêtes...). Ceci est très gênant pour pouvoir appliquer des tolérances sur ces entités.

Il existe une autre représentation très peu utilisée en mécanique mais utilisée pour les représentations en réalité virtuelle et dans les jeux vidéo. C'est la représentation par partition de l'espace par des hyperplans (*Boundary Space Partitioning*) [Thibault 87]. Dans ce modèle BSP, un solide est représenté à l'aide d'un arbre en tant que la réunion d'un ensemble d'hyperplans. Cette représentation a les mêmes inconvénients pour retrouver les faces du solide que le modèle CSG. Un cas particulier de cette représentation est le modèle octree [Meagher 82]. Dans ce modèle, l'espace est représenté par un cube découpé récursivement en huit cubes plus petits. Le solide est donc représenté par un arbre coloré dont chaque nœud comporte huit descendants dans le cas 3D (quatre dans le cas d'un quadtree 2D). Chaque nœud a une couleur qui est, soit blanche, si le nœud n'a pas de descendant, *c'est-à-dire* si le cube est vide de matière, soit noire si le cube est rempli de matière, soit de couleur grise si un des descendants du cube peut comporter de la matière. Les feuilles de l'arbre sont donc noires ou blanches, les nœuds de l'arbre étant gris.

Il existe aussi des modeleurs permettant de représenter des objets non 2D-manifold. C'est-à-dire des objets contenant des faces ou des arêtes ou des points libres [Shah 95]. C'est une alternative à la théorie des r-set. Cela permet de représenter des entités qui ne seraient pas représentables par les r-set. Mais cela peut aussi représenter des solides que l'on ne peut pas construire physiquement.

Le modèle par représentation des frontières ou B-Rep (*Boundary Representation*) ne représente le solide que par l'ensemble de ses frontières (point, arêtes et surfaces). Le solide est donc représenté par un graphe liant les différentes frontières le composant. L'inconvénient de ce modèle est qu'il peut très vite dégénérer c'est-à-dire qu'il est très facile de ne plus représenter un solide valide. Il existe des modeleurs hybrides qui comportent un modeleur CSG et un modeleur B-Rep qui représentent simultanément le même solide

Une autre particularité des modeleurs volumiques est la manière dont sont stockées les dimensions des différentes entités. Les dimensions peuvent être figées dès leur création ou alors elles peuvent être variables au cours de l'utilisation. Cette possibilité de variation permet de définir des affectations entre les différentes variables, on parle alors de modeleur paramétrique.

On peut aussi poser des relations plus complexes entre les variables, on parle alors de modèle variationnel.

Pour les modèles paramétriques, la résolution de l'ensemble de contraintes imposées au solide doit aboutir à un solide unique. Or le modèle de solide peut devenir invalide suivant les valeurs que l'on donne aux différents paramètres contrôlant les entités. Il se peut, par exemple, que certaines des contraintes entre les différents paramètres tels que la distance entre deux axes de cylindres, la longueur d'un élément, etc., ne permettent pas de trouver un solide qui respecte l'ensemble de ces contraintes. Il faut donc constamment vérifier que les relations entre les différents paramètres permettent d'obtenir un solide.

Pour palier à la profusion des modèles volumiques possibles, le comité international de normalisation est en train de mettre au point un protocole d'échange de données. Ce protocole STEP (*Standard Exchange of Product Data Model*) permet de spécifier comment sont représentées et échangées, entre deux ordinateurs, les données définissant un produit [ISO 10303]. Ces données peuvent être, entre autres, sa géométrie ou les tolérances ajoutées aux solides le composant (Part 47 de la norme ISO 10303). Le but de la formulation STEP est de donner un modèle unique et cohérent pour la représentation et l'échange de données entre les différents métiers. Les spécifications de l'échange de tolérance reprennent en partie le formalisme de la norme ASME Y14.5 [Ballu 94].

1-7.2 Intégration du tolérancement dans les modèles XAO

Depuis que les ordinateurs ont permis de définir la géométrie d'une pièce, on a essayé d'inclure dans les modèles de solides un modèle de représentation des tolérances. L'un des premiers modèles de tolérancement ajouté à un modèle de solides est celui proposé par Requicha sur le modèle CSG PADL-2 de l'université de Rochester [Requicha 83].

Turner a proposé un modèle paramétrique CSG (GEOTOL) permettant de spécifier les tolérances comme des paramètres de variations de la géométrie nominale Turner 87.

Tous ces modèles ne sont pas adaptés à une utilisation courante dans les milieux de la fabrication. Les modèles CSG et BRep ne sont pas adaptés à représenter des objets tolérancés comme le préconise la norme. Seuls les modèles non-manifolds le pourraient peut être [Ballot 95a]. Certains modèles ne pourront même jamais être utilisés pour spécifier des tolérances. C'est le cas par exemple du modèle octree, car il ne permet même pas de spécifier la géométrie nominale. Cependant ce modèle est utile pour avoir une idée grossière de cette géométrie et il peut même être utilisé pour aider les calculs de balayage ou de modélisation des solides.

Il existe néanmoins de grands efforts industriels pour permettre d'intégrer le tolérancement dans un logiciel de CFAO. Notons par exemple l'intégration des SATT dans le logiciel CATIA © de Dassault Système [Salomons 97]. Du module TI/TOL 3D+ © de Pro-Engineer. Module

développé à l'université de Young sur les travaux de Chase [Gao 95]. Une comparaison des différents outils d'aide au tolérancement dans des modeleurs CFAO a été faite par Salomons [Salomons 97]. De nombreux travaux devront encore avoir lieu avant de disposer d'outils complets permettant le traitement, à l'aide d'ordinateur, de tous les aspects du tolérancement dans le cycle de vie du produit.

1-8 Conclusion

Il existe actuellement une grande demande de la part des industriels d'outils permettant d'analyser et de maîtriser le tolérancement de systèmes mécaniques. Il y a, depuis une quinzaine d'années, une profusion de travaux sur le tolérancement, mais pour le moment, il n'existe aucun modèle unifié pour l'ensemble des acteurs participant à la conception et à la fabrication d'un produit. Néanmoins, les normes de tolérancement commencent à prendre en compte les aspects d'analyse mathématique du tolérancement.

Les méthodes d'analyse des classes variationnelles sont encore en phase de gestation. On remarque cependant une tendance des travaux de recherche vers les méthodes de balayage pour l'analyse des classes variationnelles.

Dans le chapitre suivant, nous présentons les spécifications généralement utilisées pour définir un assemblage.

Chapitre 2. Analyse des spécifications en assemblage

Sommaire

2-1 Introduction	48
2-2 Définitions et notions de base	48
2-2.1 Caractérisation d'une entité dimensionnelle.....	48
2-2.2 Calcul de la dimension d'assemblage	49
2-3 Références et système de références	51
2-3.1 Priorité des références.....	52
2-3.2 Association des références.....	54
2-3.3 Assemblage statique contre alignement des références	55
2-3.3.1 Assemblage statique	56
2-3.3.2 Alignement de référence.....	56
2-4 Modificateurs d'état.....	57
2-4.1 La fonction des modificateurs d'état	59
2-4.2 Modificateurs de référence	60
2-5 Tolérance de localisation d'une seule entité	62
2-5.1 Analyse des tolérances de localisation au maximum de matière	64
2-5.2 Analyse et interprétation par la surface	65
2-5.3 Définition de la condition virtuelle	66
2-5.4 Définition de la condition résultante.....	68
2-5.5 Analyse de l'interprétation par l'élément caractéristique	69
2-5.6 Tolérance de localisation au minimum de matière	70
2-5.7 Tolérance de localisation sans égard aux dimensions.....	72
2-6 Extension des fonctions de localisation.....	72
2-6.1 Tolérance de localisation d'un groupe d'éléments.....	72
2-6.2 Raffinement d'une tolérance de localisation.....	74
2-6.3 Tolérances combinées (<i>composite tolerance</i>).....	75
2-7 Conclusion.....	77

2-1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter les spécifications normalisées et notamment celles utilisées pour exprimer les besoins de l'assemblage. Nous nous attacherons particulièrement à présenter les problèmes liés à la création des systèmes de références, ainsi que ceux liés à l'utilisation des modificateurs d'état.

Nous nous intéresserons à la création des systèmes de référence car leur spécification et leur contrôle est une des choses importantes qu'il faut maîtriser pour bien concevoir une pièce et un assemblage.

Nous attacherons une importance aux modificateurs d'état car ils permettent de spécifier facilement des besoins fonctionnels grâce à la définition des conditions (ou états) virtuelles et résultantes. Par contre, ces spécifications sont très peu utilisées et rarement traitées par les logiciels de calculs disponibles [Anselmetti 95]. Ceci est dû au fait que leurs effets ne sont pas toujours bien compris et rendent leur utilisation un peu complexe dans certains cas. C'est pourquoi, nous allons expliquer dans les prochains paragraphes l'ensemble de leurs effets aussi bien pour la conception, pour la fabrication que pour le contrôle.

Finalement pour faciliter les explications nécessaires aux chapitres suivants, nous analyserons les tolérances de localisation pour des groupes d'entités, ainsi que les tolérances de localisation combinées.

2-2 Définitions et notions de base

Pour définir les limites de variations autorisées à la géométrie et aux surfaces d'une pièce, il existe un ensemble de spécifications normalisées. On trouvera dans l'annexe A un rappel des définitions de base de ces spécifications [NF E 04-552, NF E 04-554, NF E 04-555, NF E 04-559, AFNOR 93, ASME 94a]. Dans ce paragraphe, nous présentons essentiellement les définitions et les spécifications importantes pour la fonction de l'assemblage.

2-2.1 Caractérisation d'une entité dimensionnelle

La figure 10 nous montre le dessin de définition d'un arbre dont on a tolérancé l'axe par une tolérance de position au maximum de matière relativement au plan A. Sur la droite de la figure sont représentées l'ensemble des dimensions possibles de l'arbre.

Détaillons maintenant les dimensions et les états de l'arbre.

- Dimension d'assemblage pour un élément extérieur (*Actual mating size*) D_{AM} : Dimension du plus petit élément de forme parfaite qui peut être circonscrit autour de l'élément et qui tangente la surface aux points les plus hauts. On utilise aussi la dimension d'assemblage orienté par le référentiel. C'est donc le plus petit élément de forme parfaite orienté par le référentiel et qui tangente la surface aux points les plus hauts. Par exemple, si l'on prend la pièce de la figure 10 la dimension d'assemblage orientée par la référence primaire sera le

plus petit cylindre perpendiculaire au plan A, circonscrit autour de l'arbre et qui tangente la surface de l'arbre aux points les plus hauts. Dans la suite, la dimension d'assemblage orientée sera représentée par le symbole D_{AMO} .

- Dimension d'assemblage pour un élément intérieur (D_{AM}) : Dimension du plus grand élément de forme parfaite qui peut être inscrit autour de l'élément et qui tangente la surface aux points les plus hauts.
- Etat au maximum de matière (*maximum material condition*): Etat de l'élément considéré lorsque, en tout endroit, il est à la dimension telle que l'élément ait le maximum de matière. Exemple, le diamètre maximal d'un arbre ou le diamètre minimal d'un alésage.
- Etat au minimum de matière (*minimum material condition*): Etat de l'élément considéré lorsque, en tout endroit, il est à la dimension limite telle que l'élément ait le minimum de matière. Exemple, le diamètre minimal d'un arbre ou le diamètre maximal d'un alésage.
- Dimension au maximum de matière D_{MMC} (*maximum material condition size*): Dimension définissant l'état au maximum de matière d'un élément.
- Dimension au minimum de matière D_{LMC} (*minimum material condition size*): Dimension définissant l'état au minimum de matière d'un élément.
- Dimension de la zone de tolérance t_0 : Diamètre ou épaisseur de la zone de tolérance nominale. Par exemple 0.1 dans le cas de la figure 10.

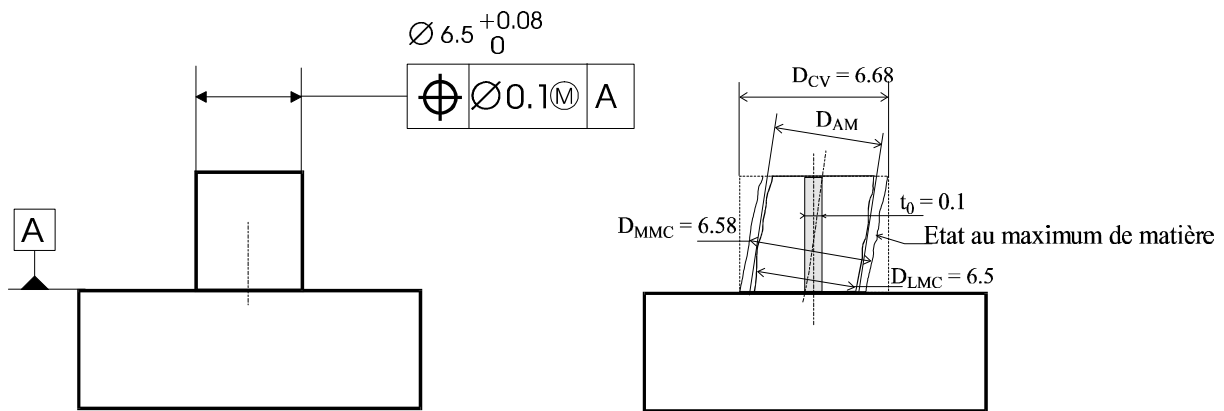


Figure 10 : Interprétation des différentes dimensions d'un arbre

2-2.2 Calcul de la dimension d'assemblage

Au cours de l'étude des modificateurs de tolérance, on a souvent recours au calcul du plus grand cylindre orienté par le système de référence et inscrit dans un alésage. Car c'est ce cylindre qui est utile au niveau de l'assemblage. Il représente le plus grand cylindre orienté que l'on puisse assembler à la pièce réelle.

Nous allons présenter deux façons pour calculer les dimensions de ce cylindre.

La caractérisation d'un alésage donné peut être faite de deux manières. Soit on connaît la dimension d'assemblage du cylindre (*actual mating size*) ainsi que son orientation par rapport à l'axe Z. Soit on connaît le nuage de points définissant l'alésage. Dans le premier cas, le cylindre peut être vu comme ayant une orientation donnée θ par rapport à l'axe Z (figure 11). Du point de vue des pièces à assembler, on peut décrire ce cylindre par le plus grand cylindre vide perpendiculaire au plan et inscrit dans le cylindre actuel. Sur la figure 11, le diamètre de ce cylindre est représenté par D_{AMO} .

La recherche du diamètre de ce cylindre particulier est connue sous le nom du problème du "Large empty circle" (LEC).

Srinivasan et Jayaraman [Jayaraman 89] proposent une méthode donnant le diamètre exact du cercle LEC. Il faut simplement disposer du diamètre d'assemblage D_{AM} du cylindre, de son orientation θ par rapport au plan X et de la hauteur w du cylindre. La valeur du diamètre du cercle LEC est donnée par l'équation suivante :

$$D_{AMO} = \begin{cases} \sqrt{D_{AM}^2 - w^2} & \text{si } w \geq D_{AM} \text{ ou si } [w < D_{AM} \text{ et } \sin(\theta) \geq w / D_{AM}] \\ D_{AM} \sec(\theta) - w \tan(\theta) & \text{sinon} \end{cases} \quad (5)$$

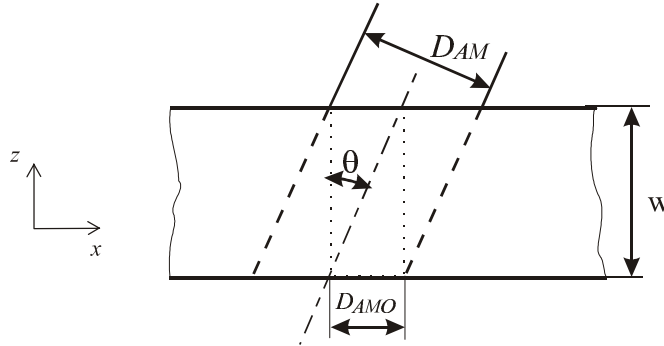


Figure 11 : Modélisation d'un alésage

Les sections supérieure et inférieure du cylindre sont des ellipses. Leurs formes et positions permettent de définir le diamètre du cercle LEC. Ce dernier peut avoir deux points de contact avec chaque ellipse dans le cas de la première condition de l'équation 5, ou un point de contact avec chaque ellipse dans le cas de la deuxième condition de l'équation 5. Cette méthode suppose que l'on ait déjà calculé le cylindre enveloppe de l'alésage (*actual mating envelope*). Ce cylindre est obtenu par association d'un cylindre de forme parfaite avec le nuage de points. Le processus d'obtention du nuage de points et l'association de la surface de forme parfaite est hors de propos de cet article on pourra trouver dans les travaux de Bourdet, Mathieu et Ballu [Bourdet 95b] ou de Fortin et Chatelain [Fortin 95] des précisions pour calculer ce cylindre.

Jackman et al. [Jackman 94] définissent une autre méthode pour trouver ce cercle LEC en utilisant directement le nuage P des points du cylindre réel sans passer par une association de surface. Ce nuage est obtenu à partir d'une machine à mesurer tridimensionnelle puis est projeté sur un plan XY perpendiculaire à l'axe Z. Ils supposent que les points sont uniformément répartis

autour du cylindre. Une fois le nuage projeté sur le plan XY, la recherche du plus grand cercle inscrit dans ce nuage et ne contenant pas de point peut être résolue par la construction du diagramme de Voronoï associé au nuage P . En effet, une des propriétés du diagramme de Voronoï est que chaque sommet de ce diagramme est le centre d'un cercle passant par trois points et ne contenant pas d'autres points. Preparata et Shamos [Preparata 85] ont montré que les propriétés du diagramme de Voronoï, d'un ensemble de points dans le plan, permettaient de calculer le cercle LEC. D'après Preparata et Shamos, le centre du cercle LEC est soit un des sommets du diagramme de Voronoï, soit l'intersection de l'enveloppe convexe du nuage de points avec une des arêtes du diagramme. Mais étant donné que le nuage de points est très proche d'une forme circulaire, Jackman et al. supposent que le centre du cercle LEC est toujours sur un sommet du diagramme de Voronoï. L'algorithme utilisé par Preparata et Shamos, permet tout en construisant le diagramme de Voronoï, de calculer le centre et le rayon du cercle LEC.

La méthode proposée par Srinivasan sera utilisée surtout pour calculer l'effet théorique d'une tolérance ou d'un modificateur. En effet, cette méthode n'a besoin que des données mathématiques définissant l'alésage. Elle pourra donc être incluse dans un logiciel d'aide au tolérancement ou d'analyse et synthèse des tolérances. La méthode proposée par Jackman et al., nécessite la connaissance du nuage de points de l'alésage, elle alors sera utilisée pendant les phases de contrôle des pièces réelles.

2-3 Références et système de références

Selon la norme NF E 10-105, une référence spécifiée sur un dessin, est un élément géométrique **théorique** auquel se rapportent les éléments tolérancés.

C'est le concepteur qui spécifie sur le dessin de définition les différentes entités qui seront utilisées pour construire les références spécifiées.

Les références posent trois problèmes spécifiques :

- le choix des éléments de référence (surfaces réelles) ;
- le choix de la surface théorique à associer à la surface réelle ;
- le choix des priorités des références spécifiées dans leur association aux éléments de référence pendant la construction du système de référence.

Le choix des surfaces qui seront des références dépend en grande partie des exigences fonctionnelles notamment celles de l'assemblage. Les pièces sont tolérancées et fabriquées séparément. Les surfaces de références permettent en partie de caractériser les interfaces entre les pièces du système mécanique.

Le choix d'une surface comme référence n'est pas facile à faire. Il résulte de la fonction que doivent réaliser les pièces, de leurs interfaces, de leur topologie et de leurs dimensions. Il n'existe pas de travaux spécifiques qui conduisent à un choix rigoureux dans les cas complexes.

Néanmoins, certains auteurs ont proposé quelques règles pour les cas simples [Anselmetti 95, Turner 92], [Sudarsan 98].

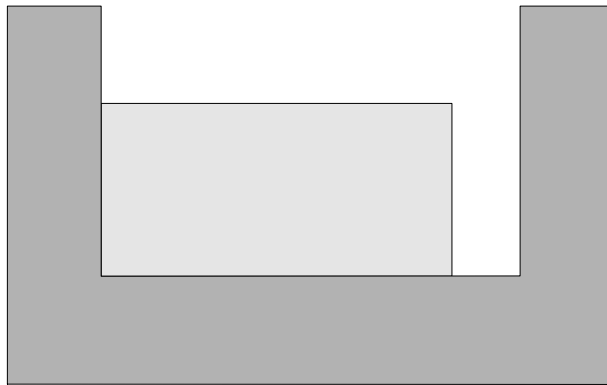


Figure 12 : Création d'un assemblage de deux pièces

La figure 12 propose la définition d'un assemblage entre deux pièces. Sur la figure 13, nous proposons un choix de références pour les deux pièces qui reflète leurs interfaces. Ce choix n'est pas unique, on aurait pu tout aussi bien prendre comme référence B l'autre côté du U et comme référence B' l'autre côté du rectangle. On aurait aussi pu prendre comme référence toute autre surface de la pièce comme par exemple les plans médians du U ou du rectangle.

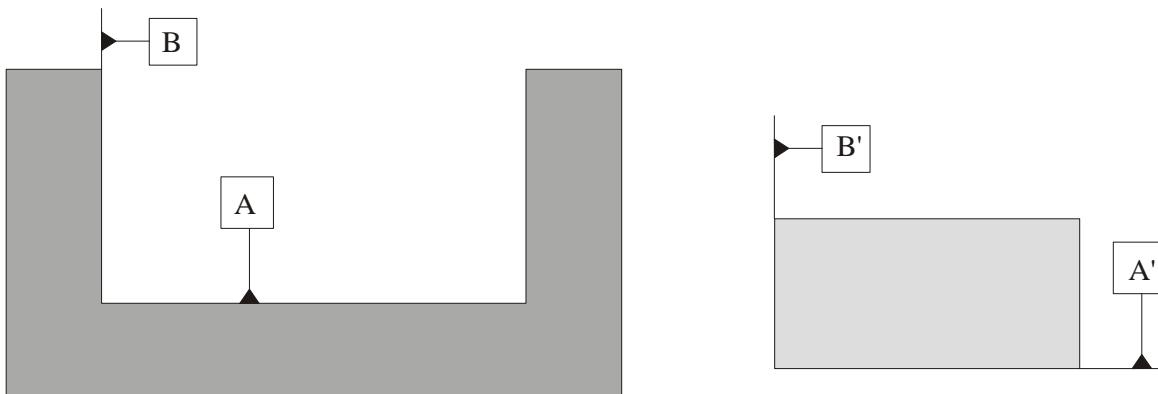


Figure 13 : Choix possibles des références

2-3.1 Priorité des références

Lorsque l'on définit un système de références spécifiées, il faut tenir compte de l'ordre dans lequel on spécifie ces références. Car étant donné que chaque référence restreint les degrés de liberté du système de référence, un ordre différent de construction conduira à un système de référence différent. Si les pièces sont nominales et de forme parfaite, le changement d'ordre d'une référence n'a souvent aucun effet, alors qu'en pratique, étant donné que l'on a une association entre une référence de forme parfaite et une surface réelle de forme imparfaite, l'ordre des références conduira à des résultats différents. La figure 14 montre deux exemples de référentiel pour la pièce rectangulaire. Sur la figure 14a, la référence primaire est le plan A et la

référence secondaire est le plan B perpendiculaire à A. Sur la figure 14b, la référence primaire est le plan B et la référence secondaire est le plan A perpendiculaire au plan B. Ces deux exemples montrent bien que le fait d'associer des références dans un ordre différent conduira généralement à des systèmes de référence différents.

Le choix de l'ordre des références dans la construction du système de référence est primordial car c'est de lui que dépend l'interprétation des tolérances associées au système de référence. Le choix de cette priorité dans la construction d'un référentiel peut être lié, par exemple, à la séquence d'assemblage des pièces ou à la manière dont vont spontanément se positionner les pièces les unes par rapport aux autres.

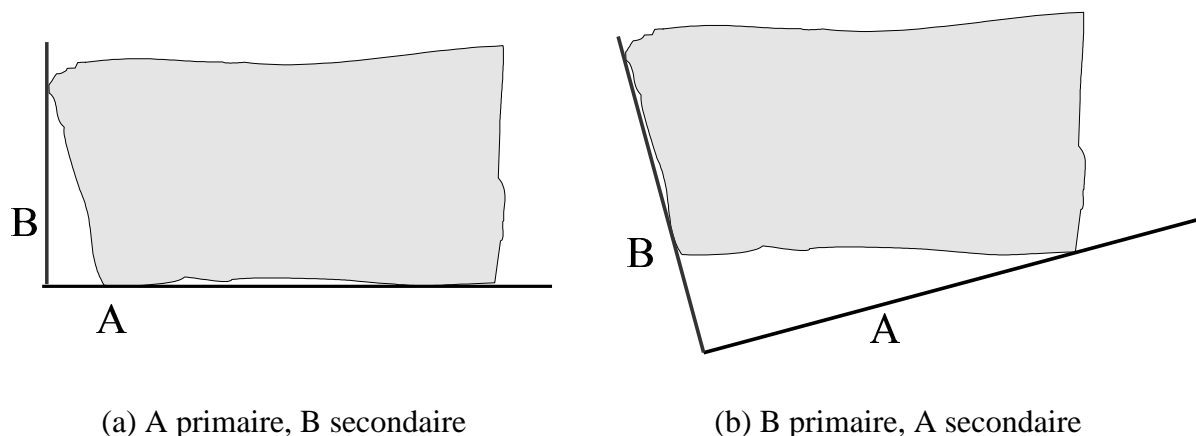


Figure 14 : Différentes priorités des références

Dans l'exemple précédent de la figure 13, nous avons choisi les surfaces pouvant être des références pour la définition des deux pièces de l'assemblage. Néanmoins, nous n'avons pas précisé l'ordre dans lequel les références pourraient être utilisées dans la création d'un système de référence. Cet ordre est lui aussi souvent dû à des besoins fonctionnels. Ainsi, si nous regardons l'assemblage défini sur la figure 12, nous remarquons que les deux pièces sont en appui potentiel sur deux surfaces. Ces surfaces ont été choisies pour être des références comme le montre la figure 13.

Si l'on veut créer un système de référence pour la pièce rectangulaire, deux choix sont possibles :

- Soit la référence A est la référence primaire et la référence B est la référence secondaire ;
- Soit la référence B est la référence primaire et la référence A est la référence secondaire.

Ainsi, si l'on considère que le but de l'assemblage est de permettre à la pièce en U de guider en translation la pièce rectangulaire. Suivant les dimensions effectives des pièces, l'appui prépondérant se fera sur l'une ou l'autre des surfaces du rectangle. C'est à partir de cette fonctionnalité que le choix de la priorité des références sera fait par le concepteur.

2-3.2 Association des références

Une référence est une surface de forme parfaite qui est plus ou moins contrainte géométriquement suivant son ordre de précédence dans la construction du système de référence. Elle peut être simple si elle est définie à partir d'une seule entité élémentaire (point, droit, plan). Un système de référence est un ensemble de plusieurs références en orientation théorique exacte (orientation nominale). La norme NF ajoute que la position des références est unique mais dans le cas de l'utilisation du maximum de matière sur une référence, le système de référence peut devenir flottant.

Les pièces réelles ne pouvant généralement pas être de forme parfaite. Il subsiste toujours un défaut dans leur forme, position et orientation. Il faut donc effectuer une opération d'association entre la surface réelle et la surface parfaite qui va servir de référence.

Cette association entre les surfaces théoriques parfaites et les surfaces réelles pose un vrai problème. Plusieurs travaux ont proposé différentes méthodes permettant d'effectuer cette association [Mathieu 95, Mathieu 97b, Ballot 95a]. Les normes de tolérancement elles-mêmes proposent deux solutions différentes pour le cas de l'association d'une référence primaire plane. Ainsi, la norme ISO propose que l'association d'une référence soit la surface théorique parfaite qui permet de limiter la distance entre la surface réelle et la surface théorique (figure 15).

Le critère d'association de référence par la minimisation du défaut de forme conduit généralement à une association assez réaliste entre les deux surfaces. Néanmoins, quand le défaut de forme est assez prononcé sur une partie de la référence (figure 15) des cas d'associations plus réalistes peuvent être mis en œuvre. Pairel propose de minimiser le volume entre les deux surfaces au lieu de minimiser le défaut de forme [Pairel 95].

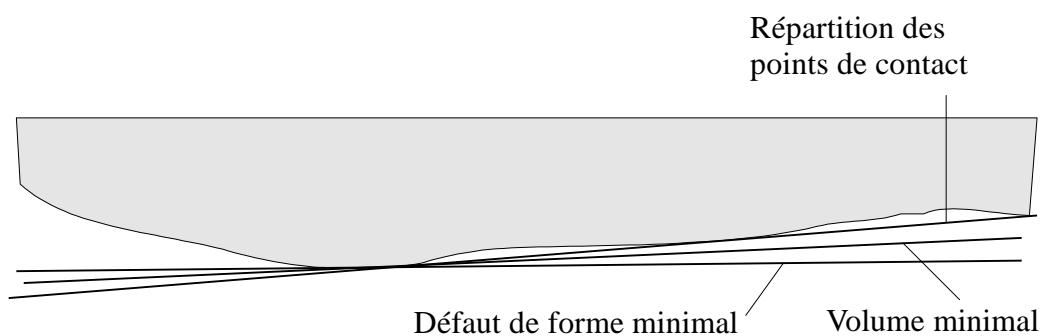


Figure 15 : Différentes associations d'une surface plane

La norme ASME Y14.5.1M94 propose une autre méthode d'association de référence pour les références primaires planes. Cette norme tente de formaliser mathématiquement le fait que la mise en position d'une surface réelle dépend de la manière dont elle va librement se positionner par rapport à la surface théorique [ASME 94b]. La prise en compte des défauts de forme dépendra de la répartition des points de contact entre les deux surfaces. La norme propose ainsi un algorithme pour vérifier qu'une surface peut être prise comme référence.

La grande différence avec les autres méthodes d'association est que l'association de référence peut ne pas être unique. Il pourra exister plusieurs surfaces planes qui satisfassent le critère d'association. Une référence plane qui respecte le critère d'association de la norme ASME sera appelée *référence candidate* (*candidate datum*).

La non unicité de la référence complique l'analyse et le contrôle des pièces. Pour accepter une pièce il suffit de trouver une référence candidate pour laquelle la pièce est conforme aux spécifications. Mais pour rejeter une pièce, il faudra trouver l'ensemble des références candidates et vérifier qu'aucune ne permet à la pièce de respecter les spécifications. Ceci est d'autant plus complexe si le système de référence est constitué de plusieurs références et que, pour chacune des références, il existe plusieurs références candidates.

Les autres formulations, et la norme ISO par exemple, aboutissent à une seule et unique référence spécifiée.

La seconde différence avec les critères associations précédents est que l'association de références peut aboutir à ce qu'aucune référence théorique ne puisse être associée à la pièce réelle. Ceci arrive quand les défauts de forme de la surface réelle sont trop importants pour que cette surface puisse jouer le rôle de référence.

Maintenant que nous avons relevé un certain nombre de points sur la création des systèmes de références, analysons les tenants et les aboutissants des tolérances de localisation.

2-3.3 Assemblage statique contre alignement des références

Lors de l'étude des assemblages, il faut bien veiller à ce que l'assemblage entre les différentes pièces suive les mêmes règles au cours de l'étude. Il faut donc faire attention à la phase d'association de surfaces. En effet, comme le montre Robinson [Robinson 98], étant donné que l'on associe une surface de forme parfaite à la surface réelle, on peut assembler les pièces de deux manières différentes soit :

- par assemblage statique ou isostatique ;
- par alignement des références.

Prenons un exemple simple pour illustrer la différence entre les deux méthodes. La figure 16 nous montre la définition de deux pièces à assembler.

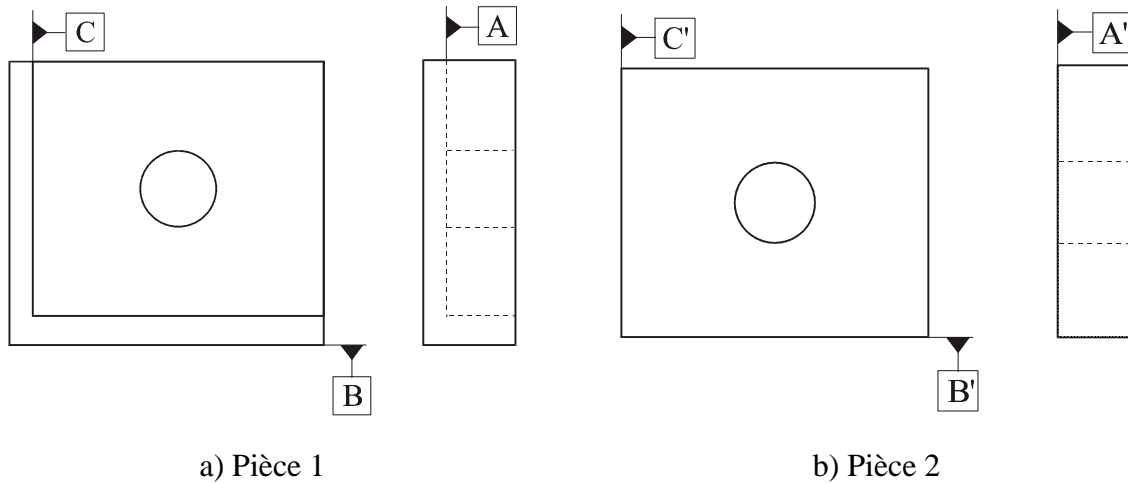


Figure 16 : Définition de deux pièces à assembler

2-3.3.1 Assemblage statique

Dans le cas de l'assemblage statique, on recherche la mise en situation isostatique des deux pièces c'est-à-dire un contact plan sur 3 points, un contact linéaire sur 2 points et un contact ponctuel (figure 17). Ceci se résume à la mise en situation des deux pièces de la manière suivante :

- Le plan A est en contact avec le plan A' en au moins trois points.
- Le plan B est en contact avec le plan B' en au moins deux points.
- Le plan C est en contact avec le plan C' en au moins un point.
- L'alésage de la pièce 1 doit entourer le cylindre de la pièce 2.

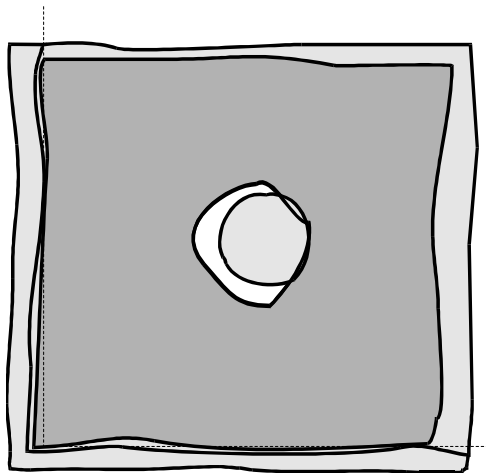


Figure 17 : Assemblage statique des deux pièces de la figure 16

2-3.3.2 Alignement de référence

L'alignement de référence cherche à aligner les deux systèmes de références après les avoir construit séparément pour chaque pièce. Ceci se résume de la manière suivante :

1. On établit le système de référence de la pièce 1 :
 - a) Le plan A est un plan en contact avec au moins trois points de la surface A et qui n'intersecte pas avec l'intérieur de la pièce 1.
 - b) Le plan B est un plan, orthogonal au plan A, qui est en contact avec au moins deux points de la surface B et qui n'intersecte pas l'intérieur de la pièce 1.
 - c) Le plan C est un plan, orthogonal au plan A et au plan B et qui est en contact avec au moins un point de la surface C sans interférer avec l'intérieur de la pièce 1.
- 2) On établit le système de référence de la pièce 2 :
 - a) Le plan A' est un plan en contact avec au moins trois points de la surface A' et qui n'intersecte pas avec l'intérieur de la pièce 2.
 - b) Le plan B' est un plan, orthogonal au plan A', qui est en contact avec au moins deux points de la surface B' et qui n'intersecte pas l'intérieur de la pièce 2.
 - c) Le plan C' est un plan orthogonal au plan A' et au plan B' et qui est en contact avec au moins un point de la surface C' sans interférer avec l'intérieur de la pièce 2.
- 3) On positionne la pièce 1 et 2 en faisant coïncider le plan A avec le plan A', B avec B', C avec C'.
- 4) L'alésage de la pièce 1 doit entourer le cylindre de la pièce 2.

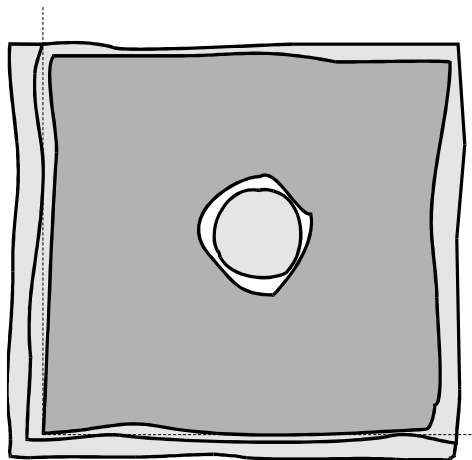


Figure 18 : Assemblage par alignement de références des deux pièces précédentes

Dans la plupart des cas ces deux méthodes donnent des résultats différents.

On remarquera que dans le cas de l'assemblage par alignement des références (figure 18), les pièces peuvent ne pas être en contact. Cette méthode d'étude de l'assemblage est plus facile à mettre en œuvre que la méthode d'assemblage statique. Ceci est dû au fait qu'elle utilise simplement la mise en coïncidence des références associées et non pas le contact entre deux surfaces réelles.

2-4 Modificateurs d'état

Il existe deux types de modificateurs d'état. Chacun de ces modificateurs spécifie la manière dont varie la taille de la zone de tolérance en fonction de la dimension de l'élément fabriqué.

- le modificateur au maximum de matière (MMC symbole \textcircled{M}) ;
- le modificateur au minimum de matière (LMC symbole \textcircled{L}).

Par défaut, pour des entités dimensionnelles, les tolérances géométriques sont appliquées sans égard aux dimensions. L'utilisation d'un modificateur au maximum ou minimum de matière doit être spécifiée à l'aide des symboles \textcircled{M} et \textcircled{L} respectivement.

Un modificateur d'état appliqué à une tolérance géométrique est appelé modificateur d'application. Il permet de spécifier de quelle manière la taille de la zone de tolérance peut évoluer en fonction de l'état dimensionnel de l'élément réel. On ne peut donc appliquer un modificateur d'application que sur des éléments dimensionnels (alésage, arbre, rainure...).

La figure 19 montre comment écrire un modificateur d'application sur une tolérance de localisation. Le modificateur d'application est un modificateur sur l'élément tolérancé. On ajoute en fait le symbole \textcircled{M} à côté de la valeur de la tolérance dans le cadre de tolérance.



Figure 19: Modificateur d'application au maximum de matière

On peut aussi ajouter un modificateur d'état sur une ou plusieurs références dans le cadre de tolérance. On parle alors de modificateurs de référence. Cette référence doit être un élément dimensionnel. La figure 20 montre comment écrire une tolérance de localisation avec un modificateur d'application au maximum de matière et un modificateur de référence au maximum de matière sur la référence primaire A.

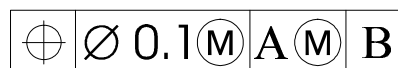


Figure 20: Modificateur de référence au maximum de matière

Généralement, on ne définit de modificateur de référence au maximum ou au minimum de matière que si l'on a déjà un modificateur d'application au maximum ou au minimum de matière. La figure 21 montre l'emploi possible mais discutable [Foster 94] d'un modificateur de référence au maximum de matière pour contrôler une zone de tolérance sans modificateur d'application.

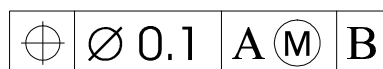


Figure 21 : Exemple discutable d'utilisation d'un modificateur de référence

2-4.1 La fonction des modificateurs d'état

L'application d'un modificateur d'état au maximum de matière sur une tolérance de localisation contrôlant un élément dimensionnel permet d'augmenter la taille de la zone de tolérance de localisation dès que l'élément s'écarte de ses dimensions au maximum de matière. Cette augmentation est limitée par le fait que les dimensions de l'élément fabriqué doivent être comprises entre ses dimensions au maximum de matière et ses dimensions au minimum de matière. Le fait que l'on puisse faire varier la taille de la zone de tolérance en fonction des dimensions de l'élément fabriqué permet entre autres d'assurer deux principes utiles en assemblage.

- Facilitation de l'assemblage : L'application du principe du maximum de matière sur une tolérance de localisation permet de définir une zone où la matière ne doit pas se trouver quel que soit l'état dimensionnel de l'élément fabriqué. Cette zone sera appelée condition virtuelle. Si l'assemblage des conditions virtuelles de deux pièces est valide alors l'assemblage des pièces respectant ces conditions virtuelles est également valide. L'interchangeabilité des pièces est alors garantie. Les conditions virtuelles sont la traduction exacte des exigences sur les frontières virtuelles (VBR) définies par Srinivasan et Jayaraman [Srinivasan 85, Jayaraman 89, Srinivasan 89].
- Assouplissement de la fabrication : Dès que l'on augmente la précision au niveau géométrique et dimensionnel d'une entité, le coût de réalisation de cette entité peut devenir important. L'utilisation de modificateur au maximum de matière permet au cours de la fabrication un assouplissement de la zone de tolérance. Car plus le défaut dimensionnel de l'entité s'éloigne des conditions au maximum de matière plus le défaut géométrique admissible de l'entité pourra être important. Si on maîtrise la dimension de l'entité fabriquée, on peut assouplir les conditions de fabrication contrôlant les défauts géométriques de l'entité. On peut par exemple utiliser un montage d'usinage moins performant mais aussi moins cher. Inversement, si on maîtrise les défauts géométriques de l'entité fabriquée, on pourra assouplir les défauts dimensionnels admissibles de l'entité fabriquée. Cette facilité de balance entre les défauts géométriques et dimensionnels permet donc de répartir les tolérances lors de la fabrication tout en réalisant des pièces qui respectent les conditions fonctionnelles. Il en résulte une plus grande facilité de réalisation ou un coût de fabrication réduit [Foster 94, Meadows 95, Rivest 94c].

Les modificateurs au maximum de matière et au minimum de matière permettent de définir, en même temps, une zone où la matière doit être et une zone où la matière ne doit pas être. Le but premier d'un modificateur au maximum de matière est de définir une zone de taille fixe où la matière ne doit pas être, c'est la condition virtuelle. Il définit aussi une zone de taille variable qui peut être utilisée dans le pire des cas pour le calcul d'une épaisseur de matière minimum.

Le modificateur au minimum de matière est le symétrique du modificateur au maximum de matière. Il permet de définir une zone de taille fixe pour garantir un minimum de matière et il

permet de définir une zone de taille variable qui, dans le pire des cas, définit une zone où la matière ne doit pas se trouver.

On remarque donc que les modificateurs au maximum et minimum de matière permettent dans le pire des cas, de définir des spécifications équivalentes (condition virtuelle et condition de matière minimum). Mais leur utilisation première est différente et opposée. On utilisera donc un modificateur au maximum de matière pour exprimer un besoin fonctionnel d'assemblage. L'utilisation d'un modificateur au minimum de matière sera réservée pour exprimer un besoin fonctionnel de conservation d'un minimum de matière.

Le modificateur sans égard aux dimensions permet lui aussi d'assurer les mêmes besoins fonctionnels que les modificateurs au minimum ou maximum de matière. Mais il rejettera des pièces qui fonctionnellement seront conformes. C'est pourquoi on pense souvent qu'il est plus sévère que les deux autres modificateurs.

2-4.2 Modificateurs de référence

Nous pouvons appliquer un modificateur de d'état sur la référence contrôlant une tolérance géométrique. On parle alors de modificateur de référence. Lorsqu'un modificateur de référence au maximum (ou minimum) de matière est ajouté sur une référence, l'axe ou la plan médian de référence peut flotter par rapport à l'élément tolérancé si l'élément de référence s'écarte de son état au maximum (respectivement minimum) de matière.

Si le modificateur de référence est appliqué à la référence primaire, le flottement de cette référence est égal à la différence entre l'état d'assemblage de l'élément fabriqué et la dimension de sa condition au maximum (ou minimum) de matière.

Par contre, dans le cas d'un modificateur de tolérance sur une référence secondaire ou tertiaire, la valeur du flottement de la référence est égale à l'écart entre la dimension d'assemblage de l'élément orienté par la référence primaire (et secondaire) et la dimension de sa condition virtuelle au maximum (minimum) de matière. Dans ce cas, la référence secondaire ou tertiaire simulée sera la condition virtuelle de l'élément orienté par les références précédentes (voir exemple le la figure 22) [ASME 94b].

Etat donné qu'il existe un flottement de la référence par rapport à la pièce réelle, l'utilisation d'un modificateur de référence au minimum ou maximum de matière permet de définir non pas un référentiel unique mais un ensemble de référentiels candidats. Chaque référentiel candidat représente une situation possible de l'ensemble des références.

Avant de rejeter une pièce fabriquée, il faudra au préalable s'assurer qu'aucun référentiel candidat ne permet de vérifier la conformité de la pièce.

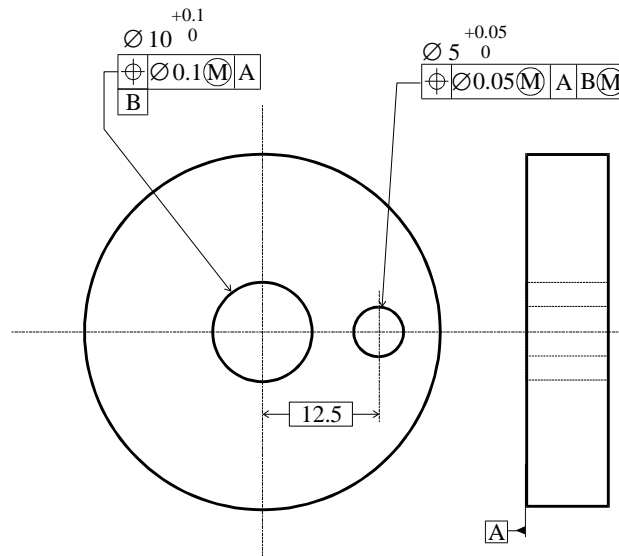


Figure 22 : Exemple d'utilisation d'un modificateur de référence

Sur la figure 22, nous montrons l'utilisation d'un modificateur de référence pour contrôler la position d'un alésage. Comme on le voit, la pièce est un disque percé de deux alésages. Le premier alésage, de diamètre 10mm, est localisé par rapport au plan A par une tolérance de localisation de diamètre 0.1mm avec un modificateur d'application au maximum de matière. L'effet de ce modificateur reste identique à ce que l'on a décrit dans les paragraphes précédents. Cet alésage va servir à construire le référentiel qui contrôle la position du deuxième alésage de diamètre 5mm. Cette position est tolérancée par une tolérance de localisation de diamètre 0.05 au maximum de matière. Le référentiel contrôlant cet alésage est construit à partir du plan A comme référence primaire et de l'axe de l'alésage B comme référence secondaire. Par contre, il y a un modificateur de référence sur cette référence B, cela veut dire que la référence B n'est pas le plus grand cylindre perpendiculaire au plan A et qui est tangent au cylindre B aux points les plus hauts, mais que la référence B est un cylindre perpendiculaire au plan A et dont le diamètre est la condition virtuelle de B (car elle est référence secondaire). C'est donc un cylindre perpendiculaire au plan A et de diamètre 12.2mm qui sera utilisé comme référence B. L'alésage réel B pourra suivant son état dimensionnel et géométrique flotter autour de ce cylindre. Si cet alésage est réalisé au maximum de matière avec un défaut géométrique maximal le mouvement de la référence B sera nul. Par contre, si l'alésage est réalisé sans aucun défaut d'orientation le flottement de B sera égal à 0.3mm. Le flottement maximum de la référence B sera obtenu quand l'alésage B sera réalisé au minimum de matière et sans aucun défaut géométrique dans ce cas le flottement sera égal à 0.35mm.

Généralement, on utilise des modificateurs de référence au maximum de matière car ils permettent de simuler l'état d'un calibre physique. Leur vérification est assez facile à l'aide de calibres fonctionnels. Elle devient un peu plus complexe avec les techniques modernes de contrôle à l'aide d'une machine à mesurer tridimensionnelle. En revanche, l'utilisation des

modificateurs de référence au minimum de matière reste d'une utilisation marginale [Foster 94]. En effet, la vérification de modificateur d'application ou de référence au minimum de matière à l'aide de calibre fonctionnel est impossible. Cette vérification nécessite de mettre en œuvre des moyens de contrôle plus évolués.

2-5 Tolérance de localisation d'une seule entité

La tolérance la plus utilisée en assemblage est la tolérance de localisation. Elle permet de contrôler la position de l'élément toléré. Dans certains cas, elle contrôle également la tolérance de forme et d'orientation [NF E 04-559].

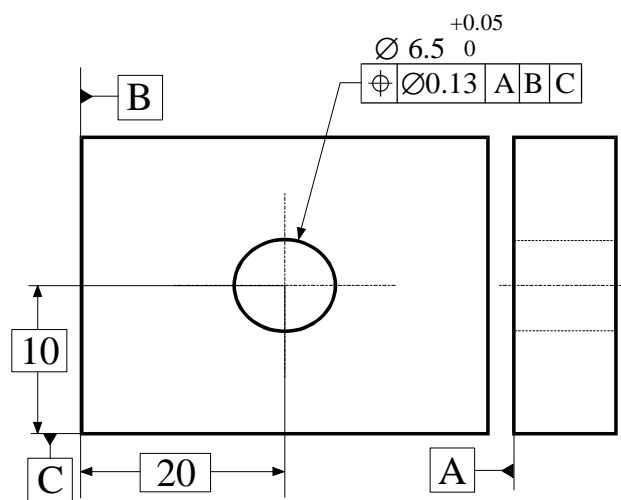


Figure 23 : Tolérance de localisation

Une tolérance de localisation définit une zone de tolérance dans laquelle l'entité tolérancée (ou son élément de symétrie) doit se trouver. Cette zone est localisée et orientée par rapport au référentiel par les cotes nominales ou cotes encadrées.

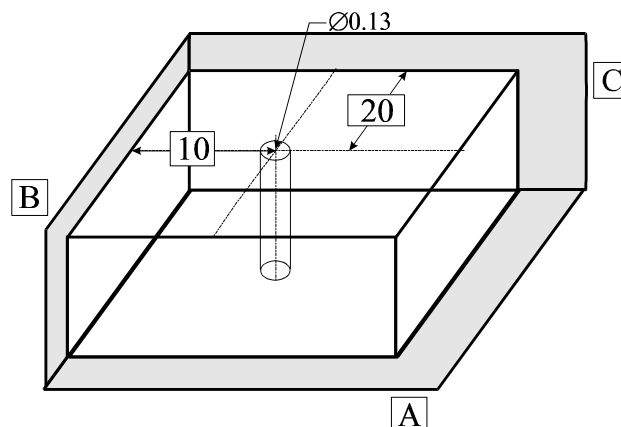


Figure 24 : Zone de tolérance de localisation

La figure 23 présente un dessin de définition d'une pièce dont la position de l'alésage est contrôlée par une tolérance de localisation sur l'axe du cylindre de diamètre 6,5mm. Cette tolérance spécifie que l'axe du cylindre doit se trouver dans une zone cylindrique de diamètre 0.13mm positionnée perpendiculairement au plan A et à une distance de 20mm du plan B et de 10mm du plan C (Figure 24).

La tolérance de localisation telle qu'elle est exprimée sur la figure, permet d'assurer l'assemblage entre deux pièces comme le montre la figure 25 (si la cotation de la seconde pièce est adéquate). Cependant certaines pièces fabriquées qui violeront la contrainte de localisation de l'axe pourront tout de même s'assembler. En effet, si la dimension de l'alésage s'écarte de ces conditions au maximum de matière (ici le diamètre 6.5mm), le défaut géométrique permis à l'axe pourrait être augmenté tout en continuant à assurer le besoin fonctionnel d'assemblage. Ceci permettrait d'éviter de rejeter des pièces qui violeraient la contrainte de localisation mais qui respecteraient le besoin fonctionnel de l'assemblage. Cette possibilité d'augmentation du défaut de localisation en fonction du diamètre effectif de la pièce peut être exprimée à l'aide de modificateur d'état.

Inversement, le besoin de gérer les interférences peut être exprimé, par le concepteur, par des zones dans lesquelles la matière ne doit pas se trouver quel que soit l'état dimensionnel de l'entité tolérancée. Ceci pour garantir à l'autre pièce devant s'assembler qu'il n'y aura pas d'interférence. D'autre part, si l'on veut toujours une interférence entre les deux pièces, il faut garantir une zone dans laquelle la matière devra se trouver quel que soit l'état dimensionnel des pièces tolérancées.

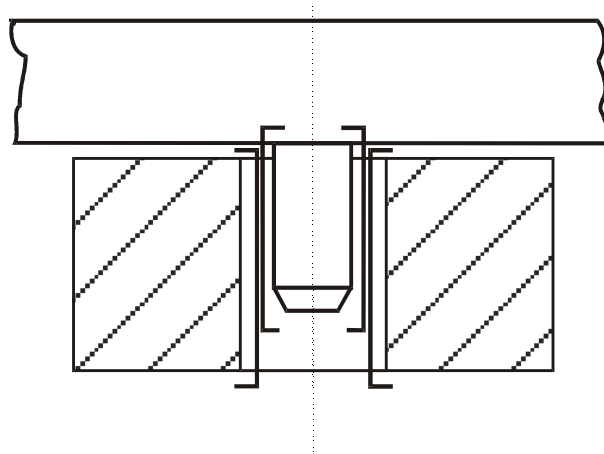


Figure 25 : Besoin fonctionnel de l'assemblage

La figure 25 montre l'expression d'un besoin fonctionnel de non-interférence entre deux pièces avec un jeu minimum entre les pièces. Sur chaque pièce, on a représenté en trait fort la limite de la zone à l'extérieur de laquelle on ne veut pas de matière.

Jayaraman et Srinivasan ont défini ces zones d'inclusion ou d'exclusion de la matière comme étant des besoins sur des frontières virtuelles (*Virtual Boundary Requirement, VBR*).

L'expression de ces conditions sur les frontières peut être réalisée par des tolérances normalisées à l'aide de modificateurs d'état au maximum de matière. Ces derniers permettent de définir une condition virtuelle dans laquelle la matière ne doit pas se trouver. Mais le passage entre la condition sur la frontière virtuelle et le tolérancement à l'aide de modificateurs d'état n'est pas unique. Ce qui veut dire que ce passage implique que le concepteur effectue certains choix de valeurs pour les tolérances géométriques.

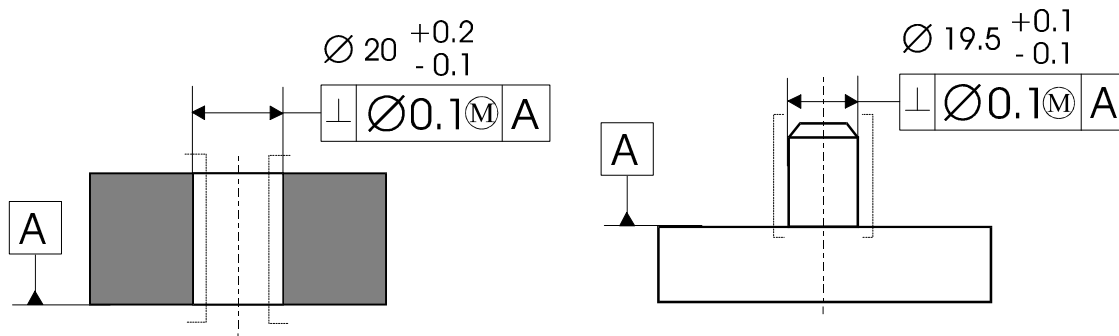


Figure 26 : Exemple d'utilisation de modificateurs d'état

La figure 26 montre une manière d'exprimer le besoin fonctionnel présenté à la figure 25. Le choix des différentes valeurs de tolérances a restreint le domaine de liberté que laissait la figure 25. Ces choix résultent en partie des contraintes de fabrication des différentes pièces, comme par exemple la qualité de réalisation de la dimension de l'alésage. En pointillé sur la figure 26, sont représentés les limites de variations permises à la surface de la pièce quel que soit l'état dimensionnel de l'entité réelle. Nous allons voir dans la suite comment sont calculés ces limites

Dans les prochains chapitres, nous présenterons des méthodes permettant la vérification d'entités tolérancées à l'aide de modificateurs d'application et de référence au maximum de matière. Pour simplifier les études futures, nous présentons ici une explication des différents effets des modificateurs d'application et de référence.

2-5.1 Analyse des tolérances de localisation au maximum de matière

Lorsque l'on utilise un modificateur d'application au maximum de matière on peut interpréter ces effets de deux manières différentes :

- l'interprétation par la surface ;
- l'interprétation par l'élément de symétrie ou élément caractéristique.

La première regarde les effets du modificateur sur la surface de l'élément dimensionnel tolérancé. La seconde regarde l'effet du modificateur sur l'élément caractéristique de l'élément dimensionnel tolérancé. Les deux interprétations donnent des résultats différents. Ceci est dû au fait que les hypothèses ne sont pas les mêmes pour chaque interprétation.

- L'interprétation par l'élément de symétrie admet comme hypothèse que le défaut de forme de l'élément est nul au maximum de matière

- L'interprétation par la surface admet comme hypothèse que le défaut d'orientation de la surface est nul lorsque l'on est au maximum de matière.

Puisque ces deux interprétations sont différentes, elles ne donneront pas forcément les mêmes résultats. La norme ASME Y14.5-1M recommande que l'interprétation par la surface soit appliquée en premier.

2-5.2 Analyse et interprétation par la surface

Sur la figure 27, nous avons représenté une tolérance de localisation d'un alésage. Cette tolérance comporte un modificateur d'application au maximum de matière. Pour simplifier nos explications, nous nous limiterons tout d'abord aux entités intérieures comme c'est le cas pour cet alésage. Mais nous extrapolerons facilement les résultats aux éléments extérieurs (arbre, tenon) ou pour les autres modificateurs d'état.

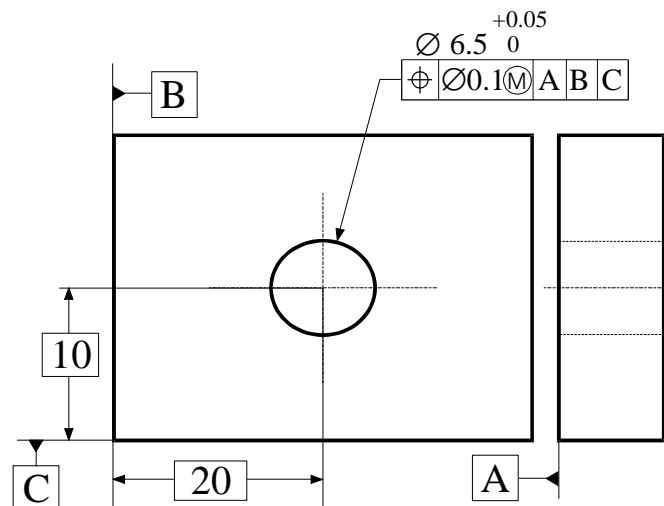


Figure 27 : Tolérance de position au maximum de matière

Oublions un instant l'effet du modificateur au maximum de matière. La spécification de la tolérance de position contrôle l'orientation de l'axe du cylindre relativement au référentiel ABC. Elle spécifie que l'axe de l'alésage doit se trouver dans une zone cylindrique perpendiculaire à A et de diamètre 0.1mm (figure 10). Cette zone étant nominalement positionnée à une distance de 20 mm relativement au plan B et de 10mm relativement au plan C.

Fabriquons l'ensemble des pièces dont le diamètre de l'alésage est égal à la dimension de la condition au maximum de matière (soit 6.5mm dans le cas présent) et dont l'axe se situe dans cette zone cylindrique. Si l'on superpose cet ensemble de pièces on voit apparaître deux frontières limites nominalement situées par rapport au référentiel ABC (Figure 28). Ces deux zones résultent des effets combinés des défauts d'orientation et de position permis à la surface de l'élément.

- La première surface cylindrique de diamètre 6.4mm ne contient pas de matière C'est ce que l'on appelle la condition virtuelle ou état virtuel.
- La seconde surface cylindrique de diamètre 6.6mm limite la zone de l'espace dans laquelle l'alésage peut se trouver. C'est la condition résultante au maximum de matière.

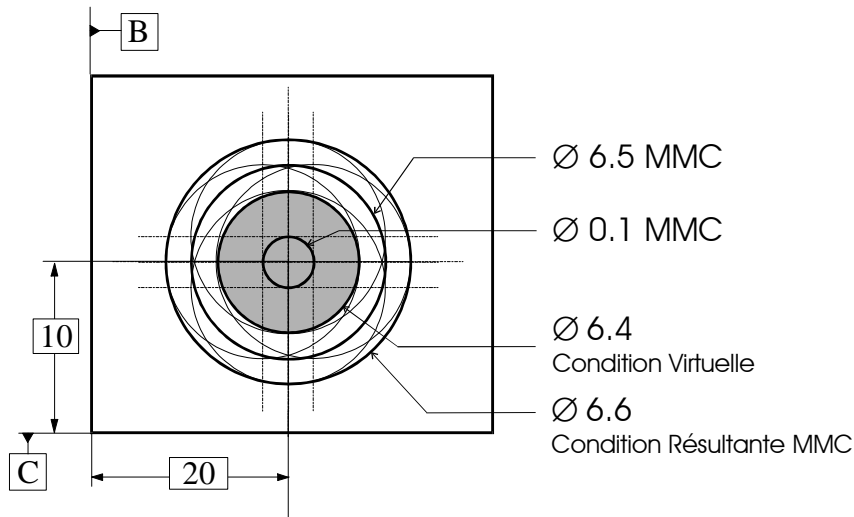


Figure 28 : Condition virtuelle et résultante MMC de l'alésage au maximum de matière

Maintenant regardons la modification de ces limites quand on change la taille de la zone de tolérance dans laquelle doit se trouver l'axe. Si on augmente la taille de cette zone de tolérance en fonction de la dimension de l'entité réelle de la manière suivante :

$$t = t_0 + (D_{MMC} - D_{AM})$$

Dans ce cas, on remarque que la condition virtuelle reste la même mais que la condition résultante change. Pour arriver dans le cas limite à la condition résultante au minimum de matière. Le fait d'augmenter la taille de la zone de tolérance contrôlant l'axe de l'alésage en fonction de la dimension réelle de ce dernier permet de conserver la condition virtuelle tout en relâchant des contraintes au niveau de l'orientation de l'alésage. Ainsi, on rejette moins de pièces qui violeraient la contrainte de position alors qu'elles sont fonctionnelles au niveau de l'assemblage puisqu'elles ne violent pas la condition virtuelle.

2-5.3 Définition de la condition virtuelle

La condition virtuelle définit la zone de l'espace dans laquelle la matière de l'élément fabriqué ne doit pas se trouver quel que soit l'état dimensionnel de l'élément fabriqué. Cette zone est localisée et orientée à la position nominale de l'élément. C'est une frontière de taille constante quel que soit l'état dimensionnel de l'élément fabriqué.

Le diamètre de la condition virtuelle est égal à :

Pour une entité extérieure (arbre) :

$$D_{CV} = D_{MMC} + t_0$$

Pour une entité intérieure (alésage) :

$$D_{CV} = D_{MMC} - t_0$$

La taille de l'élément réel peut varier entre sa condition au maximum de matière et sa condition au minimum de matière. Mais la condition virtuelle reste constante quel que soit l'état dimensionnel de l'élément réel. L'écart entre la dimension d'assemblage et la dimension au maximum de matière est appelé bonus. C'est de ce bonus qu'est augmentée la taille de la zone de tolérance contrôlant l'axe.

Ainsi, si nous reprenons la pièce précédente, le diamètre de la condition virtuelle de l'alésage est égal à $6.5 - 0.1 = 6.4\text{mm}$.

La condition virtuelle est très utile en assemblage. Elle permet de définir une zone de l'espace dans laquelle la matière ne doit pas être. Si on définit un alésage et un cylindre ayant les mêmes conditions virtuelles dans le même système de référence, alors ces deux pièces pourront toujours s'assembler quelle que soit l'état dimensionnel des éléments.

La condition virtuelle permet aussi de définir un calibre de contrôle. Ce dernier est le négatif de la condition virtuelle. Etant donné que cette dernière définit la zone de l'espace dans laquelle la matière ne doit pas être quel que soit l'état dimensionnel de l'élément tolérancé, le calibre s'assemblera avec toutes les pièces qui ne violent pas la condition virtuelle. Il ne s'assemble pas avec les autres pièces. C'est donc un moyen de contrôle simple de la validité d'une pièce. Néanmoins les calibres de contrôle coûtent relativement chers car comme tout instrument de contrôle leur réalisation est délicate. En outre, il faut périodiquement vérifier leurs états dimensionnel et géométrique. De plus, leur coût de stockage peut devenir important et ils ne permettent généralement que de contrôler une seule spécification. Toute modification de la spécification entraîne la réalisation d'un nouveau calibre de contrôle.

La figure 29 présente le calibre de contrôle de la pièce présentée à la figure 28. Ce calibre est très simple il est constitué d'une pièce plane simulant la référence primaire A et d'un pion cylindrique perpendiculaire à ce plan simulé, dont le diamètre est égal à la condition virtuelle de l'alésage, soit 6.4mm . Si la pièce réelle posée sur le plan A peut être assemblée avec le calibre alors cette dernière est déclarée conforme. Mais il faut bien sûr que les dimensions de l'alésage réel respectent les dimensions de la condition au maximum de matière et celle de la condition au minimum de matière de l'alésage.

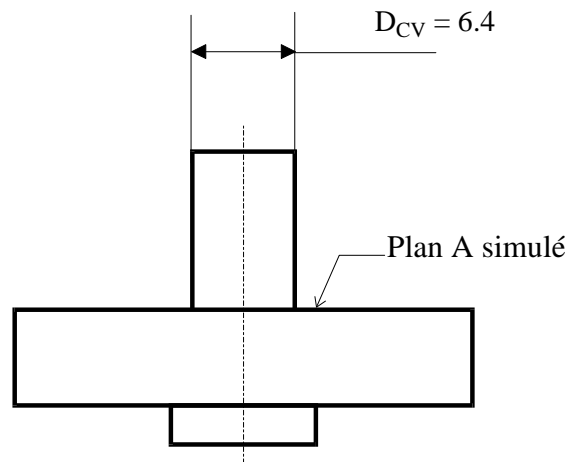


Figure 29 : Calibre de contrôle pour la pièce de la figure 28.

Aujourd'hui, l'industrie utilise de plus en plus de machines à mesurer tridimensionnelles (MMT) pour contrôler les pièces. Ces machines permettent de relever un certain nombre de points des différentes surfaces de la pièce. Par association du nuage de points avec des surfaces théoriques, elles peuvent contrôler les spécifications géométriques que l'on a défini pour chaque entité. L'utilisation de ces machines permet de réaliser une vérification automatique des pièces sans que l'opérateur intervienne, ceci permet d'effectuer du travail en temps masqué et de préparer la vérification d'une autre pièce par exemple.

Certaines méthodes de contrôle à l'aide des MMT permettent de simuler le contrôle d'une spécification par un calibre fonctionnel. On parle alors de calibre virtuel (*soft gaging*). Pairel par exemple a proposé une telle méthode [Pairel 95].

Nous verrons à la fin de ce chapitre une méthode qui permet de remplacer en partie le contrôle par calibre physique d'éléments tolérancés à l'aide de modificateur d'application au maximum de matière.

2-5.4 Définition de la condition résultante

La zone résultante définit la zone de l'espace dans laquelle la matière **peut** se trouver suivant l'état dimensionnel de l'élément fabriqué. Elle est localisée et orientée à la position nominale de l'élément.

En observant la figure 28 il est facile de constater que la condition résultante est le résultat de l'intersection de l'ensemble des pièces fabriquées (ou l'union des alésages). Nous observons également le même effet pour les éléments extérieurs (arbre). Ces observations ont été faites aussi en partie par Srinivasan [Srinivasan 93].

La condition résultante est une frontière de dimension variable qui dépend de l'état dimensionnel de l'élément fabriqué. La condition résultante d'une tolérance de localisation au maximum de matière est une zone cylindrique de diamètre variable égale à :

Pour une entité extérieure (arbre) :

$$D_{CR} = 2 D_{AM} - D_{MMC} - t_0$$

Pour une entité intérieure (alésage) :

$$D_{CR} = 2 D_{AM} - D_{MMC} + t_0$$

Il existe une condition résultante limite qui est la condition résultante de l'élément dont les dimensions sont égales à la condition au minimum de matière. Son diamètre est alors égal à :

Pour une entité extérieure (arbre) :

$$D_{CR LMC} = 2 D_{LMC} - D_{MMC} - t_0$$

Pour une entité intérieure (alésage) :

$$D_{CR LMC} = 2 D_{LMC} - D_{MMC} + t_0$$

La condition résultante peut être utilisée en assemblage pour calculer la zone de l'espace où l'élément fabriqué pourrait se trouver. Ceci permet par exemple de garantir la non-interférence entre les pièces d'un mécanisme. Ou plus simplement si on calcule la condition résultante pour un élément au minimum de matière, on obtient une frontière de taille fixe qui permet de calculer une occupation minimum de l'espace. Ceci permet de calculer par exemple un minimum de matière à garantir pour des problèmes structurels. Ou d'aider à positionner un robot pour automatiser les opérations d'assemblage.

2-5.5 Analyse de l'interprétation par l'élément caractéristique

La deuxième interprétation possible d'un modificateur de tolérance au maximum de matière est l'interprétation par l'élément de symétrie ou élément caractéristique. Dans ce cas, on ne considère plus la surface de l'élément fabriqué mais seulement les situations de l'élément caractéristique de l'entité tolérancée. C'est-à-dire les situations de l'axe ou du plan médian de l'élément fabriqué. De la même manière que pour l'interprétation par la surface, la taille de la zone de tolérance pourra varier suivant l'état dimensionnel de l'élément fabriqué. Cette zone de tolérance est orientée relativement au système de référence définissant la tolérance. Elle est localisée par rapport à ce système de référence par les cotes théoriques exactes (nominales) ou cotes encadrées définies sur le dessin. La variation de la dimension de la zone de tolérance dépend de l'écart entre la dimension de l'élément au maximum de matière et la dimension de l'élément fabriqué.

- Pour un élément intérieur (alésage) la dimension t de la zone de tolérance sera égale à :

$$t = t_0 + (D_{AM} - D_{MMC})$$

- Pour un élément extérieur (arbre) la dimension de la zone de tolérance est égale à :

$$t = t_0 + (D_{MMC} - D_{AM})$$

L'écart entre la dimension au maximum de matière et la dimension d'assemblage est souvent appelé *bonus*. C'est de cet écart que la taille de la zone de tolérance est augmentée.

En résumé, les deux façons d'interpréter un modificateur de tolérance au maximum de matière dépendent des différents points de vue de chaque métier. Ainsi, en analyse, le concepteur verra mieux dans certains cas la situation de l'axe alors que dans d'autres cas, il verra plutôt la situation de la surface. Généralement, en analyse des tolérances on fait un certain nombre d'hypothèses simplificatrices et notamment celle du défaut de forme et d'orientation nuls. Dans ce cas, les deux interprétations donnent des résultats similaires. Nous verrons au chapitre 4 une hypothèse intermédiaire dans le cadre de l'analyse. C'est pourquoi la plupart des auteurs utilisent aussi bien l'une ou l'autre des interprétations.

Au cours du contrôle des pièces fabriquées, généralement c'est l'utilisation par la surface qui est retenue en premier car elle peut être vérifiée par un calibre de contrôle. Par contre avec l'apparition des moyens de contrôle modernes, c'est l'interprétation par l'élément caractéristique qui est la plus utilisée.

Conformité

Le contrôle de la conformité d'une entité fabriquée dépend de l'interprétation que l'on choisit.

Pour l'interprétation par la surface, une entité fabriquée sera conforme si la surface réelle n'interfère par la condition virtuelle. C'est exactement cela que l'on vérifie en assemblant le calibre fonctionnel dans l'entité réelle. Le calibre simule la condition virtuelle, c'est le négatif de cette condition virtuelle.

Pour l'interprétation par l'élément caractéristique, une entité fabriquée est conforme si son axe est situé dans la zone de tolérance nominalement localisée et orientée. La dimension de cette zone étant augmentée si la dimension d'assemblage de l'entité fabriquée s'écarte de la condition au maximum de matière de l'entité tolérancée.

Valeur effective ou valeur actuelle (actual value)

La valeur effective d'une tolérance de position est la plus petite valeur que peut prendre t_0 pour que l'entité soit conforme. On peut remarquer que la valeur effective peut être négative, ceci résulte de la non-utilisation d'une partie du bonus, quand l'entité s'écarte de son état au maximum de matière.

2-5.6 Tolérance de localisation au minimum de matière

Le modificateur d'état au minimum de matière est l'opposé du modificateur d'application au maximum de matière. Il y a donc deux interprétations possibles de la tolérance, et l'interprétation par la surface permet de définir la condition virtuelle et la zone résultante.

Les tolérances de localisation au minimum de matière sont utilisées pour pouvoir spécifier des jeux minimums à respecter. Elles permettent aussi de définir des conditions de matière minimum pour contrôler une épaisseur minimale pour s'assurer par exemple qu'il existera suffisamment de

matière pour une phase d'usinage, ce qui permet d'éviter des effets de broutage de l'outil et de réaliser un meilleur état de surface. Elles permettent aussi d'obtenir un volume minimum critique, par exemple le volume minimum d'un réservoir, une taille minimum de la paroi d'un réservoir.

L'interprétation par la surface va spécifier les limites de variations de la surface réelle de l'entité. De même que pour le modificateur d'état au maximum de matière, l'ajout d'un modificateur d'état au minimum de matière à une tolérance de localisation permet de définir deux zones : une condition virtuelle et une zone résultante. Les frontières de ces deux zones, la condition virtuelle et la condition résultante respectivement.

- Définition de la condition résultante

La condition résultante résulte de l'union de l'ensemble des situations possibles d'un élément pour une dimension de ce dernier. C'est donc une zone de dimension variable en fonction de la dimension d'assemblage de l'entité fabriquée. Sa position est la position nominale de l'élément.

La condition résultante d'une tolérance de localisation au maximum de matière est une zone cylindrique de diamètre variable égale à :

- Pour une entité extérieure (arbre) :

$$2 D_{AM} - D_{LMC} + t_0$$

- Pour une entité intérieure (alésage) :

$$2 D_{AM} - D_{LMC} - t_0$$

La condition résultante au maximum de matière permet de définir les limites de la zone de l'espace où l'élément fabriqué peut se trouver.

- Définition de la condition virtuelle

La condition virtuelle résulte de l'intersection de l'ensemble des situations possibles d'un élément fabriqué. C'est une zone de taille fixe quelle que soit la taille de l'élément. Sa situation est la situation nominale de l'élément.

Le diamètre de la condition virtuelle est égal à :

- Pour une entité extérieure (arbre) :

$$D_{LMC} - t_0$$

- Pour une entité intérieure (alésage) :

$$D_{LMC} + t_0$$

La condition virtuelle au minimum de matière définit la zone de l'espace où l'on peut avoir de la matière quel que soit l'état dimensionnel de l'élément fabriqué. Son complément définit donc l'endroit où on a de la matière quelle que soit la dimension de l'élément.

2-5.7 Tolérance de localisation sans égard aux dimensions

Le dernier modificateur est le modificateur sans égard aux dimensions. Il avait pour symbole un S dans un cercle. Ce modificateur n'a plus cours actuellement dans la norme ASME. En effet, elle suppose qu'il est appliqué par défaut et donc il ne faut plus l'écrire. Il est utilisé quand des notions d'équilibrage entrent en jeu, par exemple pour contrôler la position d'un axe en rotation. Car contrairement aux deux autres modificateurs d'état, le modificateur sans égard aux dimensions spécifie que la taille de la zone de tolérance reste constante quel que soit l'état dimensionnel de l'élément tolérancé. Dans le cas d'un arbre qui tourne, si on applique un modificateur au maximum de matière, l'augmentation possible de la taille de la zone de tolérance peut entraîner un jeu dans la rotation. Ce jeu peut par la suite entraîner la détérioration complète du mécanisme. On peut toujours interpréter une tolérance de position sans égard aux dimensions par sa surface ou par son élément caractéristique.

L'interprétation par la surface, d'un modificateur de tolérance sans égard aux dimensions permet de spécifier une zone de tolérance où la matière de l'élément ne doit pas se trouver suivant l'état dimensionnel de l'élément fabriqué. C'est donc une frontière de dimension variable dont la valeur est :

- Pour une entité extérieure (arbre) :

$$D_{AM} - t_0$$

- Pour une entité intérieure (alésage) :

$$D_{AM} + t_0$$

Pour l'interprétation par l'élément caractéristique, la zone de tolérance où doit se trouver l'élément caractéristique est une zone de taille constante dont la valeur est égale à t_0 et ce quel que soit l'état dimensionnel de l'élément réel.

On pense souvent que les modificateurs d'état sans égard aux dimensions entraînent des zones de tolérance de taille plus faible. Ceci n'est pas totalement vrai. Un modificateur d'état sans égard aux dimensions peut spécifier les mêmes tolérances qu'un modificateur au maximum de matière ou un modificateur au minimum de matière. Par contre, en moyenne, la tolérance imposée par le modificateur sans égard aux dimensions rejettera plus de pièces que les autres spécifications au maximum ou au minimum de matière.

2-6 Extension des fonctions de localisation

Nous présentons dans les paragraphes suivants l'analyse des spécifications des groupes et le raffinement des tolérances combinées.

2-6.1 Tolérance de localisation d'un groupe d'éléments

Il est souvent intéressant de regrouper plusieurs éléments identiques comme ne faisant qu'un seul élément. On parle alors de groupe d'entités. La figure 30, nous montre un exemple de groupe de

4 alésages localisés au maximum de matière relativement au plan A, à l'axe D et au plan B. Nous avons représenté par un (X) un modificateur de référence appliqué sur l'axe de l'alésage D pendant la construction du référentiel. Ce (X) pouvant être soit un modificateur sans égard aux dimensions (dans ce cas on ne met rien), soit un modificateur au maximum de matière. Dans ce cas, le (X) serait remplacé par un (M).

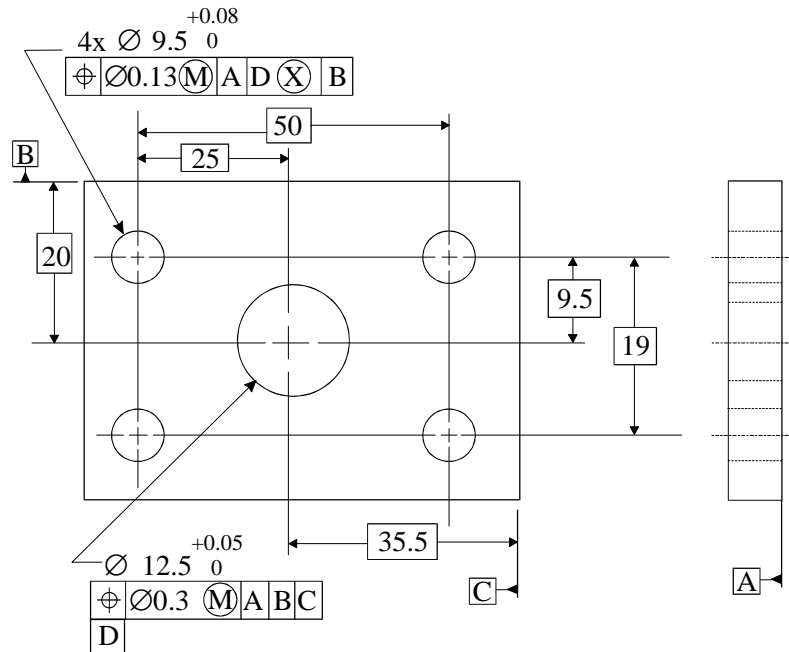


Figure 30 : Groupe d'alésages

Puisque le groupe est considéré en tant qu'un seul élément, la tolérance de position définie pour le groupe devra être vérifiée pour tous les éléments du groupe simultanément et non pas pour chaque élément séparément.

- Modificateur au maximum de matière appliqué à un groupe

Prenons le premier cas de figure, le référentiel ADB ne comporte aucun modificateur de référence. Dans ce cas, lorsque l'on applique un modificateur d'application au maximum de matière à la tolérance de localisation qui contrôle un groupe, chaque élément du groupe devra respecter sa condition virtuelle. Ces conditions virtuelles seront nominalement orientées et localisées par rapport au référentiel contrôlant le groupe. C'est-à-dire qu'elles seront perpendiculaires au plan A, et localisées nominalement par rapport à l'axe D (qui définit l'origine du référentiel) et au plan B (qui définit l'orientation de l'axe x du référentiel). Le groupe devra donc avoir une orientation parallèle au plan B.

- Modificateur de référence au maximum de matière appliqué à un groupe

Dans le deuxième cas de figure, lorsque l'on ajoute un modificateur de référence à la référence D cela veut dire que la référence D est prise à son état virtuel perpendiculaire au plan A (car elle est référence secondaire). C'est donc un cylindre perpendiculaire au plan A

et de diamètre 12.2mm qui sera utiliser comme référence D. L'alésage réel pourra suivant son état dimensionnel et géométrique flotter autour de ce cylindre. Si l'alésage D est réalisé à sa condition au maximum de matière avec un défaut géométrique maximal le mouvement de la référence D sera nul. Par contre, si l'alésage est réalisé sans aucun défaut d'orientation le flottement de D sera égal à 0.3mm. Le flottement maximum de la référence D sera obtenu quand l'alésage D sera réalisé au minimum de matière et sans aucun défaut géométrique dans ce cas le flottement sera égal à 0.35mm.

Le flottement est égal à la différence entre la dimension de la condition virtuelle et la dimension d'assemblage orientée par la référence primaire.

Pour une position donnée de D, les quatre conditions virtuelles seront localisées et orientées par rapport au plan A, à la situation de l'axe D et parallèle au plan B. Maintenant, compte tenu du flottement de la référence D, les quatre conditions virtuelles des alésages vont flotter en suivant le mouvement de D. Pour que les quatre alésages soient conformes, il faut trouver une situation de D qui permet le respect simultané des quatre conditions virtuelles.

2-6.2 Raffinement d'une tolérance de localisation

Dans le cadre de la norme ASME [ASME 94b], une tolérance de localisation permet de contrôler en même temps l'orientation et la position d'un élément par rapport à un système de référence. Mais on peut, dans certains cas, vouloir contraindre davantage l'orientation de l'élément par rapport à une ou plusieurs références. Pour ce faire, on peut raffiner la tolérance de position par une autre tolérance de position (on parle alors de double tolérance de position comme sur la figure 32) ou on peut rajouter une tolérance d'orientation (de parallélisme, de perpendicularité ou angulaire). La figure 31 montre un raffinement d'une tolérance de position par une tolérance de perpendicularité. La tolérance de position définit une zone de tolérance cylindrique de diamètre 0.2 au maximum de matière dont la situation est relative au référentiel ABC. L'axe de l'élément doit donc se trouver dans cette zone. La tolérance de perpendicularité stipule que l'axe de l'élément doit se trouver dans une zone cylindrique de diamètre 0.1 au maximum de matière et perpendiculaire au plan A. Il faut que les deux spécifications soient réalisées simultanément. Ceci permet par exemple de garantir l'assemblage de l'élément tout en imposant une orientation plus stricte relativement à la référence A.

$\varnothing 10.5 \begin{smallmatrix} +0.05 \\ 0 \end{smallmatrix}$					
\oplus	$\varnothing 0.2$	\textcircled{M}	A	B	C
\perp	$\varnothing 0.10$	\textcircled{M}	A		

Figure 31 : Raffinement d'une tolérance de position

$4 \times \varnothing 3.8 \begin{smallmatrix} +0.05 \\ 0 \end{smallmatrix}$					
\oplus	$\varnothing 0.2$	\textcircled{M}	A	B	C
\oplus	$\varnothing 0.10$	\textcircled{M}	A	B	

Figure 32 : double tolérance de position

2-6.3 Tolérances combinées (*composite tolerance*)

Les tolérances combinées, de même que les raffinements, servent à contraindre l'orientation des groupes d'éléments. Mais contrairement au raffinement, le deuxième cadre des tolérances combinées sert à spécifier une nouvelle contrainte d'orientation des éléments du groupe entre eux et non pas relativement à un autre référentiel. Une tolérance combinée définit donc deux zones de tolérance :

- Une zone définissant la situation du groupe relativement au système de référence (*Pattern Locating Tolerance Zone Framework PLTZF*) (figure 34).
- Une zone définissant l'orientation des éléments entre eux (*Feature Related Tolerance Zone Framework FRTZF*) (figure 35).

L'axe de chaque alésage doit simultanément se situer dans chacune de ces zones (figure 36)

La figure 33 montre une tolérance combinée appliquée à un groupe de quatre alésages. Détaillons la signification de chaque partie du cadre de la tolérance.

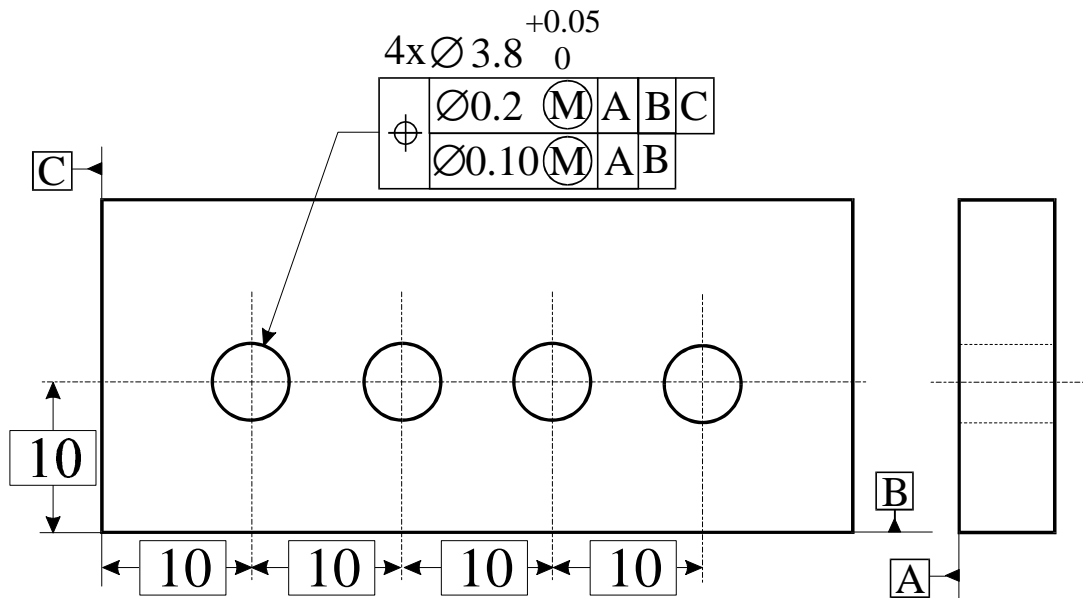


Figure 33 : Tolérance composée pour un groupe de 4 alésages

La figure 34 montre la situation des zones de tolérances des quatre alésages relativement au systèmes de références spécifiées ABC (PLTZF). Cette spécification définit la position des zones de tolérances contrôlant les alésages relativement au référentiel ABC. Les diamètres des zones de tolérances pouvant être séparément augmentées du bonus dû à l'état dimensionnel de chaque alésage indépendamment. Mais les axes des alésages devront simultanément respecter ces zones de tolérances.

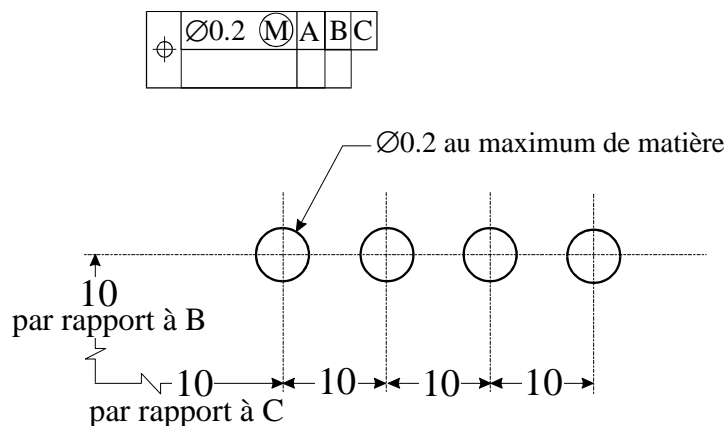


Figure 34 : Définition des zones de tolérances du groupe relativement au référentiel ABC

Le deuxième cadre de la spécification définit la contrainte de localisation des alésages entre eux. Ainsi, les axes des alésages devront se trouver dans des zones de tolérances perpendiculaires au plan A mais dont l'orientation est imposée par le plan B. Les quatre alésages doivent être parallèles au plan B. Bien entendu, la taille des zones de tolérances peut être augmentée individuellement suivant l'état dimensionnel de chaque alésage.

La figure 35 montre les zones de tolérances des quatre alésages entre eux (FRTZF).

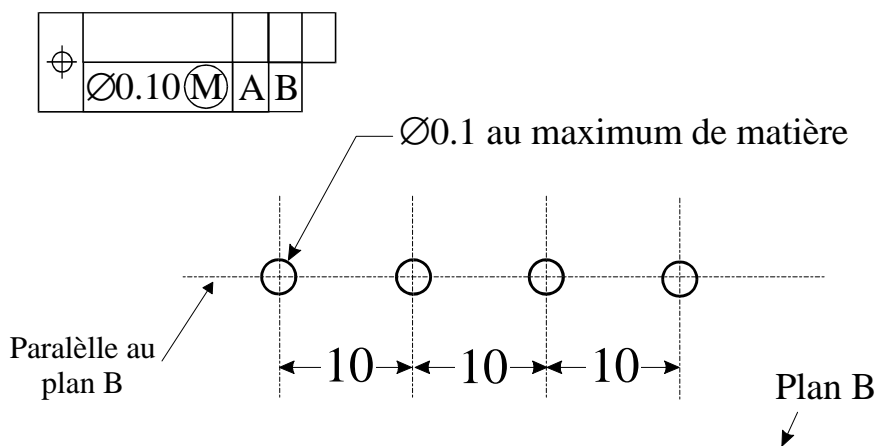


Figure 35 : Définition des zones de tolérances des éléments du groupe entre eux

Par contre les deux spécifications précédentes doivent être vérifiées simultanément pour les quatre alésages à la fois. La figure 36 montre une situation possible des quatre alésages au maximum de matière. On remarque qu'une partie de la zone de tolérance du FRTZF peut se trouver en dehors de la zone de tolérance du PLTZF. Mais cette portion de la zone de tolérance est perdue car si l'axe d'un alésage s'y trouvait, il serait conforme à la spécification du FRTZF mais violerait les contraintes imposées par le PLTZF.

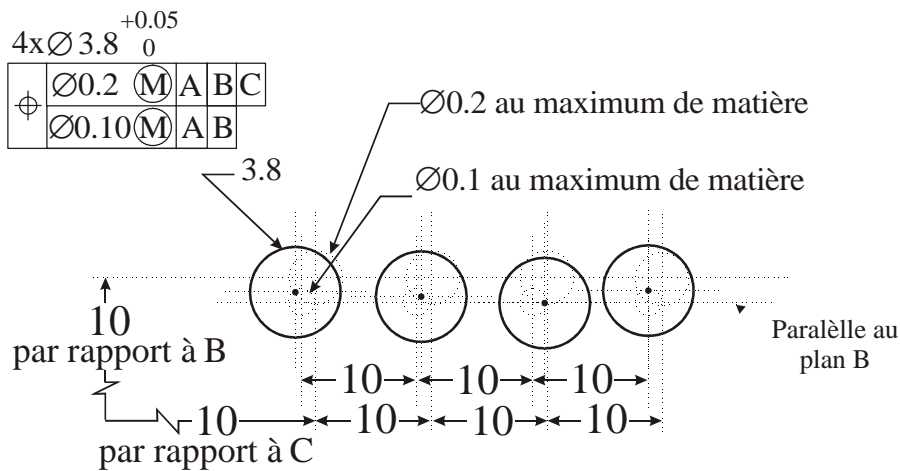


Figure 36 : Exemple de situation possible des axes des alésages

Pour qu'une tolérance combinée soit valide, il faut que l'ordre des références et les modificateurs de références soient les mêmes dans les deux cadres. Si l'on veut changer l'ordre et la précedence des références il faut utiliser une tolérance de position double (figure 32).

La différence entre une tolérance de position combinée et une tolérance de position double est que le deuxième cadre de la tolérance double spécifie l'orientation et la localisation des zones de tolérances par rapport au référentiel défini dans ce cadre. Alors que dans le cas d'une tolérance combinée seule l'orientation, relativement au référentiel du deuxième cadre, est contrôlée.

Le contrôle des tolérances combinées est plus complexe du fait du relâchement partiel de l'orientation des zones de tolérances du groupe et de la simultanéité des deux vérifications.

2-7 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre certaines spécifications que l'on rencontre généralement dans les définitions de pièces mécaniques devant s'assembler. Nous avons présenté en détail une partie des problèmes liés à la création des références et des systèmes de référence. Puis, nous avons analysé les effets des modificateurs d'état, en appuyant les définitions sur le modificateur au maximum de matière, qui est le plus utilisé en assemblage. Il faut remarquer que l'utilisation des modificateurs d'état n'est pas encore bien maîtrisée, et les effets induits par ces derniers ne sont pas toujours bien compris par les utilisateurs. Nous avons expliqué brièvement les différentes conséquences de l'utilisation des modificateurs d'état dans l'analyse et la vérification de tolérances, en rappelant que ces dernières sont complexifiées du fait des mouvements possibles intervenant dans l'utilisation de modificateurs de référence.

Finalement, nous avons analysé l'interprétation des tolérances combinées.

L'ensemble des spécifications présentées dans ce chapitre permettent de faciliter les explications des outils mis en œuvre au cours des chapitres suivants.

Chapitre 3. Modèle cinématique de tolérancement

Sommaire

3-1 Introduction.....	80
3-2 Transfert de tolérances	81
3-2.1 Définition.....	81
3-2.2 Analyse ascendante et descendante	85
3-3 Rappel de l'approche cinématique de Rivest	86
3-3.1 Zones de tolérances.....	86
3-3.2 Le modèle cinématique de Rivest	87
3-3.3 Transfert de tolérance à l'aide du modèle cinématique	89
3-3.3.1 Planification du balayage.....	89
3-3.3.2 Caractériser l'écart admissible du référentiel d'origine.....	90
3-3.3.3 Calculer les images extrêmes dans le référentiel d'accueil.....	90
3-3.3.4 Calculer la zone neutre dans le référentiel d'accueil	90
3-3.3.5 Caractérisation la zone neutre.....	90
3-3.4 Contraintes du modèle cinématique pour le transfert de tolérances.....	91
3-3.4.1 Intersection des images solides.....	91
3-3.4.2 Analyse des pas extrêmes	91
3-3.5 Conclusion	92
3-4 Généralisation du modèle cinématique	92
3-4.1 Modèle cinématique plan.....	93
3-4.2 Modèle cinématique spatial	94
3-5 Méthode analytique d'analyse.....	96
3-5.1 Formulation générale	96
3-5.2 Calcul de l'intersection des zones de tolérance	99
3-5.3 Calcul de l'union des zones de tolérance.....	100
3-5.4 Analyse descendante.....	100
3-5.4.1 Exemple introductif.....	101
3-5.4.2 Etude d'une pièce générique	103
3-5.4.3 Etude d'un groupe d'entité.....	107
3-5.5 Analyse ascendante.....	108
3-5.6 Synthèse de tolérance de répartition	109
3-5.7 Conclusion	110
3-6 Méthode jacobienne d'analyse	111
3-6.1 Description de la chaîne cinématique	111
3-6.2 Définition des espace paramétriques	112
3-6.3 Calcul de la matrice Jacobienne.....	112
3-6.4 Application de la méthode jacobienne	114
3-6.4.1 Etude de la consistance.....	114
3-6.4.2 Espace de travail et condition de la consistance	117
3-6.4.3 Etude du transfert.....	118
3-7 Conclusion.....	120

3-1 Introduction

Nous avons présenté dans le premier chapitre les différents modèles utilisés pour l'analyse et de la synthèse des tolérances. En particulier, nous avons montré que la plupart des auteurs estiment que les méthodes de balayage (ou de calcul d'enveloppe) peuvent apporter des solutions efficaces en analyse des tolérances. Cependant, peu de travaux ont réellement contribué au développement de cette approche.

Le deuxième chapitre était consacré à l'étude et l'analyse des spécifications normalisées dédiées à la fonction assemblage. Il nous permet d'identifier et de comprendre l'effet de ces spécifications. L'application de la notion de balayage est mise en évidence sur la définition de la condition virtuelle et la résultante pour une entité.

Dans le présent chapitre, nous allons développer un modèle particulier parmi l'ensemble des modèles utilisés en analyse des tolérances. Nous utilisons le modèle cinématique proposé par Rivest [Rivest 94a]. Le choix du modèle est lié à plusieurs raisons aussi bien pratiques que scientifiques. Du point de vue pratique, nous avons choisi le même modèle que celui utilisé par l'équipe canadienne avec laquelle une collaboration est en cours dans le cadre de ce travail. Cela devait permettre de faciliter l'échange et l'analyse des résultats voir également l'exploitation des travaux précédents. Du point de vue scientifique, plusieurs travaux, très récents, ont cité le modèle cinématique ou plus exactement les modèles de balayage comme étant le modèle qui donne les résultats les plus satisfaisants, nous citons en particulier [Fortin 95, Robinson 98, Srinivasan 85, Schultheiss 99, Rivest 94b]. La motivation de Rivest, en proposant ce modèle, était guidée par l'analogie qu'il existe entre l'espace de travail d'un mécanisme et une zone de tolérance. En robotique, on est souvent amené à calculer l'espace de travail d'un mécanisme donné. Le problème posé par Rivest est un problème inverse qui consiste à trouver le modèle du mécanisme qui doit décrire une zone (ou espace de travail prédéfini). Ce problème est relativement plus simple dans le cadre des zones de tolérances que dans le cadre des zones quelconques car les formes des zones de tolérances normalisées sont relativement simples.

Dans un premier temps, nous allons résumer les propriétés du modèle cinématique proposé par Rivest, tout en restant aussi fidèle que possible au point de vue de l'auteur. Ensuite, nous présentons des extensions et améliorations de ce modèle. Les exemples traités par Rivest et repris également par d'autres auteurs [Gaunet 94] sont inscrit dans le cadre des transferts de tolérances. Ces auteurs justifient, le besoin de ce transfert de tolérances en fabrication dans le cadre d'une application industrielle. D'autre part, nous avons choisi de traiter les mêmes exemples que ceux présentés par Rivest (à quelques petites variantes près) dans l'objectif de faire une étude comparative entre nos résultats et ceux du modèle original.

Nous présentons deux approches complémentaires pour le calcul du transfert de tolérance. La première est une approche analytique. La deuxième approche utilise des outils inspirés des outils de la robotique. Elle s'appuie sur le calcul de l'espace de travail par l'intermédiaire du jacobien du

mécanisme cinématique virtuel associé aux spécifications de la pièce. Les chapitres 4 et 5 présenteront d'autres applications de ces outils.

3-2 Transfert de tolérances

Plusieurs auteurs ont tenté de justifier le problème de transfert de tolérances avec des points de vue complémentaires [Bourdet 73, Requicha 92, Robinson 98]. Le transfert de tolérance n'est pas uniquement un problème de fabrication ou d'interchangeabilité, il est également un problème lors de l'analyse des tolérances en assemblage et il peut même l'être en contrôle. Rappelons que la définition de la faisabilité géométrique d'un assemblage donné au chapitre 1 nécessite indirectement la présence d'un repère unique pour toutes les pièces. L'analyse dans ce repère selon ces mêmes auteurs permet de réduire la complexité du problème d'analyse. Clément justifie également le calcul de la Zone d'influence Finale (ou l'état virtuel) en l'inscrivant dans le cadre de l'étude de l'assemblabilité et de la fabrication (transfert de cote) [Clément 94, Rivière 93].

Si le problème de transfert de tolérances est bien maîtrisé dans le cas unidirectionnel, il n'est pratiquement pas étudié dans le cas des pièces avec des spécifications géométriques. On peut trouver dans la littérature, des études de cas, mais on ne trouve pas d'analyse générique de la problématique. Les travaux concernant l'analyse et le transfert des tolérances géométriques sont relativement rares [Clément 94, Ballot 95a, Rivest 94a, Le Pivert 99]. En plus, la notion de transfert des tolérances n'a pas exactement la même signification pour tous les auteurs.

Afin de lever toutes ambiguïtés possibles, nous donnons ici notre propre signification du transfert des tolérances. Nous ne limiterons pas l'application du transfert de tolérance à un domaine particulier. Par contre nous donnerons des exemples d'application à la fin de ce paragraphe et nous retrouverons d'autres applications dans le chapitre 4.

Rappelons que Rivest a appliqué le transfert des tolérances au procédé d'usinage.

3-2.1 Définition

Une tolérance géométrique appliquée à un élément permet de définir une zone de tolérance Z_i dans laquelle l'élément fabriqué doit se trouver. Cette zone est définie relativement à un référentiel fonctionnel R_{fonct_i} . Par exemple une tolérance de position appliquée sur l'axe d'un cylindre définit une zone de tolérance cylindrique dans laquelle l'axe du cylindre réel doit se trouver. Chaque entité fabriquée se trouvant dans cette zone de tolérance Z_i sera appelée réalisation de Z_i . Il existe entre le référentiel R_{fonct_i} et le référentiel d'accueil R_{ref} une chaîne de tolérances (Figure 37). Sur cette figure chaque réalisation possible de Z_i participe à la définition du référentiel fonctionnel R_{fonct_i} pour Z_{i+1} . R_{fonct_i} est défini à partir d'entités tolérancées, il peut donc se trouver dans une infinité de positions et d'orientations par rapport au référentiel R_{ref} . A chaque position et orientation de R_{fonct_i} correspond un élément de la classe variationnelle.

Soient R_{fonct_i}' et R_{fonct_i} , deux situations possibles du référentiel fonctionnel correspondant à la zone Z_i . Notons que, seule l'utilisation des notions de maximum et minimum de matière peut

conduire à plusieurs situations du référentiel pour la même pièce. En général, les deux référentiels R_{fonct_i}' et R_{fonct_i} correspondent à deux pièces différentes.

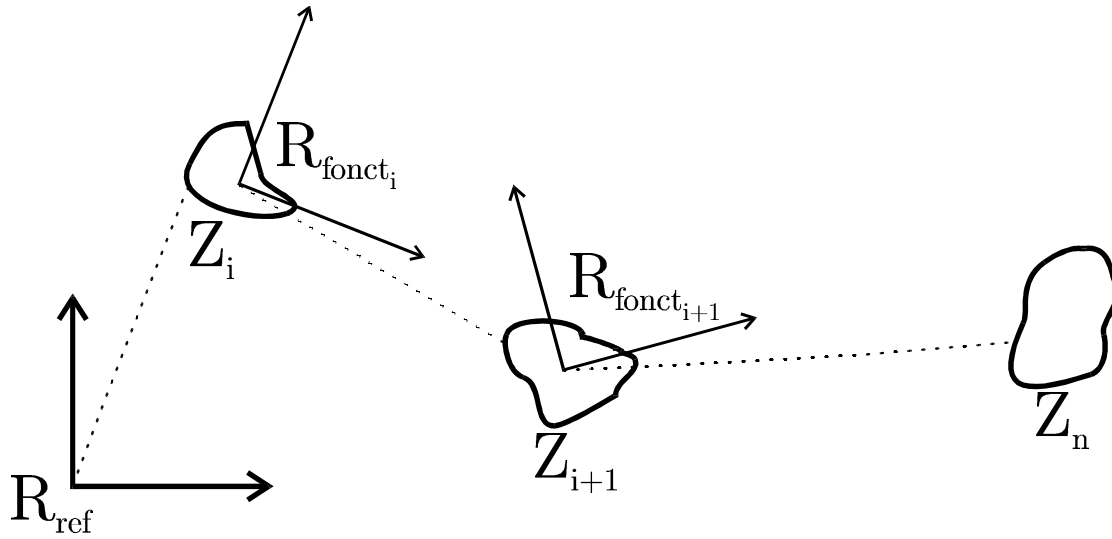


Figure 37: Chaîne de tolérances

La zone de tolérance Z_{i+1} est définie par rapport à R_{fonct_i} et la zone Z_{i+1}' est définie par rapport à R_{fonct_i}' . La zone Z_{i+1}' peut être obtenue à partir de la zone Z_{i+1} par la même transformation que celle qui fait passer de R_{fonct_i} à R_{fonct_i}' plus le bras de levier. Cela revient à bouger de manière rigide la zone Z_{i+1} et le repère R_{fonct_i} (figure 38). La figure 38 montre deux situations possibles pour R_{fonct_i} parmi l'ensemble des situations acceptables. A chaque situation de ce référentiel correspond une situation de la zone de tolérance Z_{i+1} .

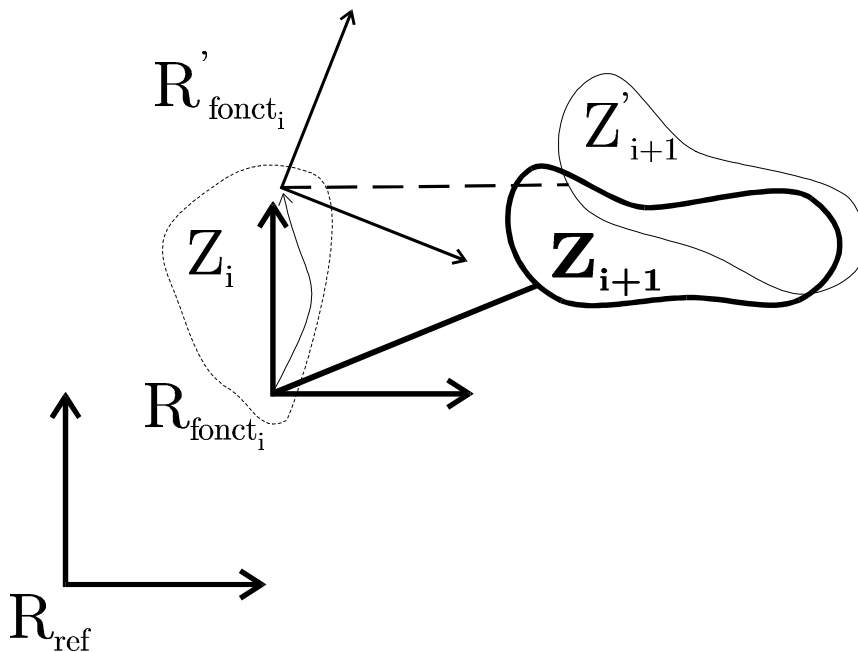


Figure 38 : Définition des différents référentiels

L'ensemble des situations possibles de la zone de tolérance Z_{i+1} , correspondant à toutes les situations acceptables de R_{fonct_i} , définit la zone Z_{uni} (figure 39). Z_{uni} est donc l'union de toutes les zones possibles de Z_{i+1} .

Nous pouvons d'ores et déjà noter la condition nécessaire de conformité d'une entité :

Si la réalisation d'une entité est conforme aux spécifications fonctionnelles (élément de la classe variationnelle) alors elle appartient à Z_{uni} .

Cette condition n'est pas suffisante car elle dépend de la situation du repère R_{fonct_i} .

La zone Z_{int} représente la zone où toutes les entités fabriquées doivent se trouver. Elle est constituée par l'intersection de l'infinité des zones Z_{i+1} . Elle est appelée zone neutre car elle ne dépend plus de la situation du repère R_{fonct_i} .

Nous pouvons donc énoncer une condition suffisante de conformité :

Si l'entité fabriquée appartient à la zone Z_{int} alors elle est conforme (elle appartient à la classe variationnelle).

Cette condition est intéressante car la zone Z_{int} ne dépend plus du référentiel R_{fonct_i} , elle est exprimé directement dans le référentiel d'accueil.

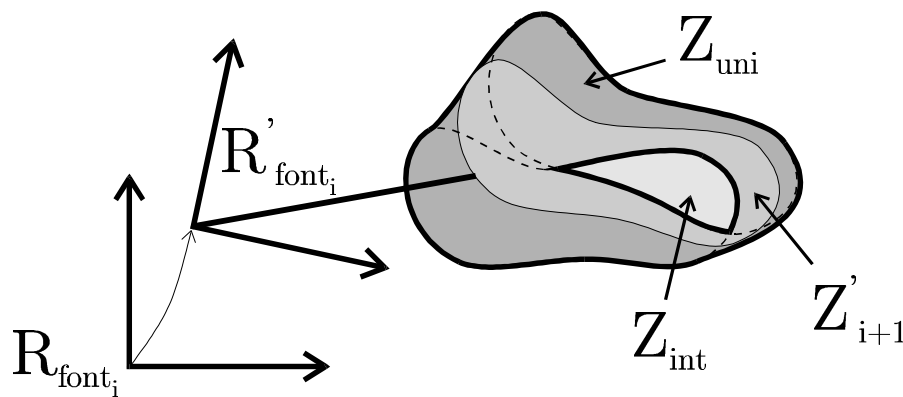


Figure 39: Définition des différentes zones

Nous observons donc que pour chaque entité tolérancée, il existe deux zones caractéristiques qui peuvent être déduites des situations acceptables du référentiel correspondant. Ces deux zones sont Z_{uni} et Z_{int} . La première donne une condition nécessaire de conformité et la deuxième donne une condition suffisante de conformité.

La zone Z_{uni} , qui donne toutes les situations possibles de l'entité tolérancé i , n'est pas souvent utilisée dans la littérature. Nous montrerons au chapitre 5 comment l'utiliser pour la vérification des assemblages.

La zone Z_{int} donne toutes les situations de l'entité qui peuvent être considérées comme conformes indépendamment des situations de R_{fonctj} . A cause de cette indépendance du référentiel fonctionnel, cette zone est souvent nommée zone transférée. La procédure de calcul conduisant à cette zone est nommée transfert de cote ou de tolérances. Notons également que la plupart des auteurs traitent le transfert de tolérances sans utiliser directement l'opération d'intersection Z_{int} .

La zone transférée est nommée par le professeur A. Clément : Zone d'Influence Finale (ou état virtuel) [Clément 94]; il propose d'utiliser la modélisation vectorielle dans les cas complexes. Clément énonce que le calcul de la Z.I.F dans un repère commun est nécessaire pour la vérification de l'assemblabilité. Il utilise également la Z.I.F comme condition nécessaire de l'assemblabilité. Nous reviendrons sur l'application de cette dernière condition aux chapitres 4 et 5.

Une autre application du transfert de tolérances ou plus exactement du calcul de la zone d'intersection concerne le procédé et/ou le processus de fabrication. En effet, la dépendance des entités d'une pièce, les unes par rapport aux autres, est souvent difficile à prendre en compte directement en fabrication. Il est utile d'analyser l'effet de cette dépendance pour mieux contrôler les variations de l'entité traitée.

Prenons par exemple le cas de la pièce décrite dans la figure 40. Elle comporte trois alésages, les deux premiers, D et E, sont définis dans le référentiel ABC, et le troisième G est défini dans le référentiel ADE. Ce dernier alésage dépend de la situation des deux entités D et E qui réalisent le système de référence ADE. En outre, le troisième alésage a un diamètre relativement faible ce qui nécessite de prendre un certain soin au cours de la fabrication.

Supposons que l'on choisisse le procédé du prototypage rapide (stéréo lithographie) pour réaliser cette pièce. Ce procédé réalise les trois alésages simultanément et par rapport au même repère de référence (celui de la machine). La dépendance des trois alésages ne peut pas être prise en compte directement par ce type de procédé. En supposant que nous travaillons dans un cadre où l'interchangeabilité totale est nécessaire, la comparaison entre le résultat du transfert de tolérance et la dispersion maximale de la machine doit, au moins, permettre de valider le choix du procédé. Cette remarque est valable pour tous les procédés qui réalisent les trois alésages simultanément (même phase). Si nous voulons usiner l'alésage G dans la même phase que les deux autres alésages, nous devons transférer sa spécification dans le référentiel ABC (ou calculer Z_{int}) et vérifier que le processus choisi est capable de réaliser les tolérances ainsi transférées. Sabourin propose de résoudre ce type de problème en contrôlant les entités utilisées comme référence [Sabourin 98].

Une autre application possible du transfert de tolérance est liée à l'assemblage automatique à l'aide d'un robot. En effet, il faut pouvoir exprimer la zone de tolérance dans le référentiel du robot et veiller à ce que l'assemblage soit possible suivant la précision du robot.

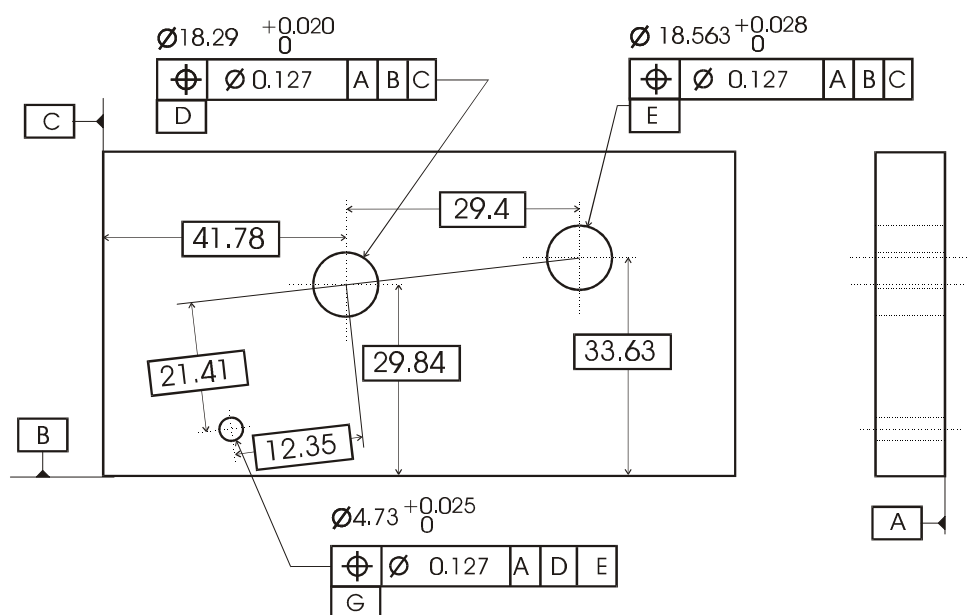


Figure 40 : Dessin de définition

3-2.2 Analyse ascendante et descendante

Nous avons vu au chapitre 1, qu'il existe plusieurs manières de voir l'analyse de tolérances. L'une d'elle consiste à calculer les modifications d'une fonction de conception en fonction des valeurs attribuées aux différentes tolérances entrant dans le calcul de cette fonction de conception.

Pour vérifier si une tolérance est réalisable par un procédé de fabrication, il faut vérifier que les dispersions de fabrication seront inférieures à la taille de la zone de tolérance. Nous regroupons ici dans les dispersions de fabrication, les dispersions du procédé et celles du processus de fabrication. Pour pouvoir effectuer cette vérification, il faut que les tolérances du dessin de définition et les dispersions de fabrication soient exprimées dans le même référentiel. Si ce n'est pas le cas, il faut transformer une ou plusieurs spécifications dans le référentiel de l'autre. Deux approches sont alors possibles :

- Analyse ascendante

L'analyse ascendante transforme les dispersions de fabrication en dispersions relatives exprimées dans le même référentiel que les tolérances de conception. Ces dispersions relatives de fabrication doivent être comparées aux zones de tolérances du dessin de définition. Si les zones de tolérances peuvent englober les dispersions relatives, alors le procédé de fabrication permet de réaliser la spécification définie par le dessin de définition. Dans le cas contraire cela veut dire qu'un certain nombre de pièces ne respecterons pas les besoins fonctionnels

exprimés par le dessin de définition. L'analyse est dite ascendante car elle part des dispersions machines pour remonter vers les zones de tolérances. Pour calculer les dispersions relatives, il faut faire une accumulation des dispersions de fabrication.

- Analyse descendante

L'analyse descendante est le contraire de l'analyse ascendante. Elle part des zones de tolérance du dessin de définition pour les transformer en tolérances de fabrication qui seront comparées aux dispersions du procédé de fabrication. La transformation des tolérances du dessin de définition en tolérance de fabrication est soit directe soit indirecte. Elle est directe si la tolérance de fabrication est établie entre les mêmes surfaces que la tolérance du dessin de définition. Par contre, elle est obtenue indirectement à l'aide d'un transfert de tolérance si la tolérance du dessin de définition n'est pas obtenue directement mais résulte d'une combinaison de plusieurs tolérances de fabrication. Nous verrons comment par la suite effectuer le transfert à l'aide du modèle cinématique.

En conclusion, le problème d'analyse de tolérance aussi bien ascendante que descendante est assez bien résolu dans le cas d'une seule dimension (1D). Mais il devient complexe en 2D et 3D. Pour étudier l'analyse ascendante ou l'analyse descendante, il faut prendre en compte l'ensemble des effets des tolérances composant la chaîne de tolérance.

3-3 Rappel de l'approche cinématique de Rivest

Dans ce paragraphe, nous présentons l'approche utilisée par Rivest pour l'étude du transfert de tolérance. Il utilise une chaîne cinématique pour balayer les zones de tolérances.

3-3.1 Zones de tolérances

Le modèle cinématique de tolérancement est utilisé pour modéliser et balayer l'ensemble de la zone de tolérance. Il permet de modéliser différentes formes de zones de tolérances. Le tableau 2 donne la définition des principales formes modélisables par le modèle cinématique de tolérancement.

Appellation	Définition
Cylindrique creuse	Espace compris à l'intérieur d'un cylindre
Cylindrique solide	Espace compris à l'extérieur d'un cylindre
Cylindrique double	Espace compris entre deux cylindres coaxiaux
Circulaire concentrique	Espace compris entre deux cercles concentriques
Circulaire superposée	Espace compris entre deux circonférences situées sur le même cylindre
Plane creuse	Espace compris entre deux plans parallèles
Plane solide	Espace extérieur à celui compris entre deux plans parallèles

Table 2: Formes des zones de tolérance utilisées

Les zones de tolérance peuvent être regroupées en trois catégories :

- La première représente les zones de tolérance cylindriques. Leur géométrie est caractérisée par la présence d'un axe de symétrie.
- La deuxième représente les zones de tolérance planes. Leur géométrie est caractérisée par la présence d'un plan de symétrie.
- La troisième représente l'ensemble des zones particulières. Par exemple les formes sphériques, coniques, angulaires, et quelconques. Nous n'utiliserons pas de telles zones dans la suite.

Cette description des zones de tolérance est conforme à la norme mathématique ASME Y14.5-1M94.

Outre la catégorie de forme d'une zone de tolérance on peut distinguer le genre de la zone de tolérance. Il en existe trois :

- Le genre creux, lorsque l'élément tolérancé doit être confiné dans un espace.
- Le genre solide, lorsque l'élément tolérancé doit être exclu de la zone de tolérance,
- Le genre hermaphrodite, lorsque l'élément tolérancé doit être confiné dans un volume et exclu d'un autre, comme par exemple la zone cylindrique double.

3-3.2 Le modèle cinématique de Rivest

Pour représenter de façon explicite les formes des zones de tolérance du tableau précédent, Rivest définit deux vecteurs. Le premier le vecteur externe, noté $\overrightarrow{V_E}$ représente l'élément de symétrie de la zone de tolérance. C'est donc le vecteur directeur de l'axe des zones cylindriques ou le vecteur normal du plan médian des zones planes. Le vecteur externe est nommé ainsi car il relie la zone de tolérance avec son environnement extérieur. Ainsi, la position et l'orientation du vecteur $\overrightarrow{V_E}$ exprime la situation nominale de la zone de tolérance par rapport à son système de référence.

Le deuxième vecteur est le vecteur interne. Noté $\overrightarrow{V_I}$, ce vecteur caractérise la direction selon laquelle est mesurée la taille de la zone de tolérance. Ainsi, pour une zone cylindrique $\overrightarrow{V_I}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{V_E}$. Pour une zone plane, $\overrightarrow{V_I}$ et $\overrightarrow{V_E}$ sont parallèles.

En réalité, Rivest utilise ici un abus de langage car les deux vecteurs seront positionnés à l'aide d'une transformation affine.

Le modèle cinématique doit permettre d'orienter et de positionner dans l'espace les deux vecteurs $\overrightarrow{V_E}$ et $\overrightarrow{V_I}$ suivant le type de la zone de tolérance. Cette mise en situation des deux vecteurs devra être effectuée dans le référentiel où est définie la zone de tolérance.

En suite, le modèle cinématique doit permettre à un point de parcourir l'espace de la zone de tolérance.

Pour modéliser à la fois la mise en situation de deux vecteurs définissant la situation d'une zone de tolérance et le mouvement d'un point dans cette zone, Louis Rivest propose d'utiliser un mécanisme cinématique.

Nous observons que ce modèle cinématique est un moyen simple pour décrire complètement les transformations homogènes permettant le passage d'un référentiel à un autre. Le choix de la morphologie n'étant pas unique, Rivest propose intuitivement le mécanisme le plus simple qui découple la position et l'orientation.

Louis Rivest [Rivest 94a] a défini une structure cinématique comportant 14 articulations (figure 41). C'est une structure classique en robotique, elle comporte deux chaînes sérielles mises en série.

- Les six premières articulations servent à positionner et orienter le vecteur externe $\overrightarrow{V_E}$ relativement au référentiel R_0 .
- Les six suivantes servent à positionner et orienter le vecteur $\overrightarrow{V_I}$ relativement au vecteur $\overrightarrow{V_E}$, ainsi que le balayage de la zone de tolérance.

La géométrie de la zone de tolérance est définie par les deux rotations R_θ et R_β ainsi que les deux translations T_S et T_R .

La taille de la zone de tolérance est définie par les translations T_T et T_P .

T_T est porté par le vecteur $\overrightarrow{V_I}$ et détermine la taille d'une zone de tolérance de genre creux. T_P est toujours parallèle à T_T et détermine la taille d'une zone solide. Pour les zones hermaphrodites, les deux paramètres sont utilisés.

- Finalement, les deux derniers paramètres R_Ω et R_Φ sont appelés paramètres de redressement. Ils permettent de contrôler l'orientation du référentiel final R_f par rapport aux vecteurs $\overrightarrow{V_E}$ et $\overrightarrow{V_I}$. Ceci est utile pour pouvoir créer des chaînes de tolérances à l'aide du modèle cinématique.

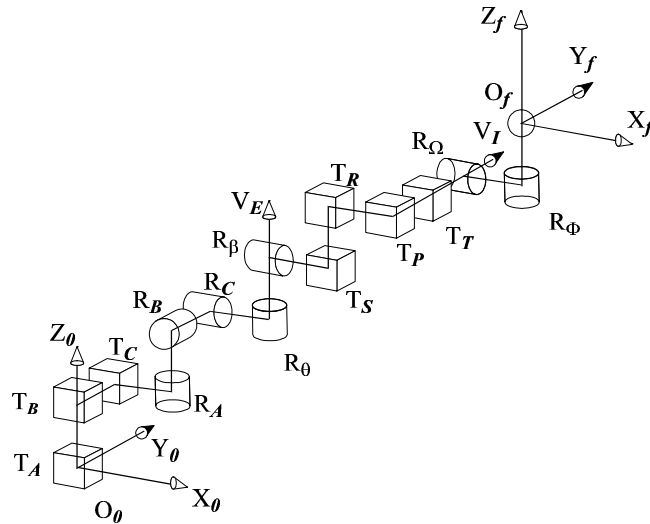


Figure 41 : Structure cinématique définie par Louis Rivest [Rivest 94a].

On peut noter qu'en général, les 14 articulations ne sont pas utilisées simultanément. Suivant la forme et le genre de la zone de tolérance à modéliser, des articulations peuvent être fixées à une valeur constante. Les autres pouvant varier dans une plage de valeurs données pour permettre le balayage de la zone de tolérance.

3-3.3 Transfert de tolérance à l'aide du modèle cinématique

Le modèle cinématique permet de répondre aux questions posées par le transfert de tolérance en fabrication. L'analyse du transfert de tolérance à l'aide du modèle cinématique peut être effectuée en modélisant la chaîne de tolérances reliant le référentiel d'accueil au référentiel de la zone de tolérance en une chaîne cinématique. Cette modélisation s'effectue en modélisant chaque zone de tolérance de la chaîne de tolérance par une structure cinématique puis en reliant les différentes structures comme dans la chaîne de tolérance. Une fois cette chaîne cinématique modélisée on applique cinq étapes de calcul successives pour résoudre le problème d'analyse descendante.

3-3.3.1 Planification du balayage

La chaîne cinématique modélisant la chaîne de tolérance peut souvent être simplifiée. En effet bien que les tolérances géométriques soient toutes des tolérances en 3 dimensions, un problème de tolérancement peut souvent être résolu par une projection en 2D ou en 1D. La planification du balayage a pour but de vérifier que suivant la définition du référentiel d'accueil et la chaîne cinématique, le problème sera résolu dans la plus petite dimension possible. Une fois que l'on a trouvé la plus petite dimension de résolution du problème on peut commencer à étudier le balayage de l'espace à l'aide de la structure cinématique.

3-3.3.2 Caractériser l'écart admissible du référentiel d'origine

Cette deuxième étape vise à calculer les différents mouvements de différentes parties de la structure cinématique. Ces mouvements dépendent des zones de tolérances composant la structure, des contraintes qui existent entre ces zones et de l'effet des modificateurs sur les zones de tolérance. En résumé, cette étape permet de définir les lois de comportement de chacune des parties de la structure cinématique pour permettre le balayage complet de chacune des zones de tolérance de la chaîne de tolérances.

3-3.3.3 Calculer les images extrêmes dans le référentiel d'accueil

Une fois que l'on connaît le mouvement complet de la structure, il faut obtenir les pas extrêmes de ce mouvement. Ces images extrêmes sont obtenues au cours du balayage de la structure. Ce sont celles qui permettent d'obtenir le plus grand écart entre la situation théorique et la situation actuelle du référentiel terminal de la structure exprimée dans le référentiel d'accueil. Ces images sont importantes dans l'analyse car c'est à partir d'elles que l'on déterminera si le transfert est possible ou non.

3-3.3.4 Calculer la zone neutre dans le référentiel d'accueil

Une fois que l'on a obtenu l'ensemble des images extrêmes de la zone de tolérance dans le référentiel d'accueil, on peut effectuer l'intersection de l'ensemble de ces images. Cette intersection représentera l'image de la zone neutre. Si l'élément fabriqué peut être confiné dans cette zone, la tolérance sera transférable. Si le référentiel terminal de la structure peut avoir un mouvement de grande amplitude par rapport à la taille de la zone de tolérance, il est possible que l'intersection de l'ensemble des images des zones soit vide. Ceci veut dire que l'on ne peut pas effectuer le transfert tout en respectant les spécifications définies par la zone de tolérance. Il faut alors revoir les mouvements possibles de la structure cinématique et réduire ce mouvement en réduisant la valeur des différentes zones de tolérances composant la chaîne. Ou on peut aussi augmenter la taille de la zone de tolérance à transférer ou faire une combinaison des deux procédés. Le choix des modifications est laissé à l'utilisateur. La modification de la taille des zones de tolérance de fabrication composant la chaîne de tolérances est laissée au fabricant. La modification de la taille de la zone de tolérance à transférer est laissée au concepteur.

3-3.3.5 Caractérisation la zone neutre

La forme de la zone neutre obtenue dans le référentiel d'accueil n'est généralement pas une forme géométrique simple. Elle ne représente généralement pas une forme de zone de tolérance qui puisse être directement interprétée telle quelle par le fabricant. Il faut alors calculer une forme de zone de tolérance utilisable directement par le fabricant. On utilisera généralement une forme cylindrique qui est directement interprétable. D'autres formes de zone de tolérance peuvent être introduites. Par exemple on pourra utiliser une forme parallélépipédique ou un

ellipsoïde. Le fabricant devra veiller à ce que les dispersions du procédé de fabrication soient inférieures à la zone ainsi définie.

3-3.4 Contraintes du modèle cinématique pour le transfert de tolérances

Pour obtenir la forme de la zone neutre dans le référentiel d'accueil Louis Rivest propose deux méthodes. Soit nous calculons les intersections des images solides des différentes zones de tolérances à l'aide d'un modèleur de solide. Soit nous devons effectuer une analyse détaillée des pas extrêmes du balayage.

La mise en œuvre de ces deux méthodes n'est pas évidente dans le cas d'une utilisation automatique du transfert de tolérance comme c'est le cas dans un logiciel de synthèse de tolérances par exemple.

Nous présentons ici les deux difficultés rencontrées dans la mise en œuvre de ces deux méthodes.

3-3.4.1 Intersection des images solides

L'intersection des images solides des différentes zones de tolérance nécessite d'avoir un modèleur de solide très performant. En effet, le modèleur doit pouvoir générer les différentes zones de tolérance. C'est zone étant d'une taille très petite, on arrive souvent dans les limites de calcul du modèleur. De plus, en effectuant les intersections successives de solides de petites dimensions on peut rencontrer très facilement des problèmes de tangence entre les surfaces des solides. Ceci entraînant généralement une dégénérescence du modèle de solide, et aboutissant finalement à un calcul d'intersection vide alors que l'intersection devait être non nulle.

Nous avons mené une série d'essais à l'aide du logiciel CAS-CADE © de Matra Datavision. Il s'est avéré que les limites du modèleur étaient très vite atteintes pendant ces phases de calcul d'intersection. Ceci obligeait constamment au cours du calcul de vérifier l'intégrité du solide. Car si l'intersection entre deux images est vide il faut être sûr que cela ne vient pas de la dégénérescence d'une des images solides au cours du calcul.

3-3.4.2 Analyse des pas extrêmes

L'analyse des pas extrêmes du balayage est une opération qui dépend fortement des mouvements possibles des éléments composant le référentiel. Il est donc nécessaire que cette analyse soit faite au cas par cas par l'utilisateur. Ceci rend la tâche d'automatisation délicate.

Car la modification d'une valeur dans l'un des paramètres de la structure cinématique peut changer radicalement son comportement.

Il en résulte que l'utilisation de cette procédure dans le cadre d'un programme de synthèse de tolérances est pratiquement impossible. En effet, dans le cas où le logiciel de synthèse de tolérances le calcul du transfert de tolérance n'est qu'un pas de calcul du logiciel de synthèse. Il

est souvent nécessaire au logiciel de faire des dizaines d'essais de transfert différents pour aboutir à une synthèse de tolérance. L'intervention de l'utilisateur dans cette boucle d'itération est donc inconcevable dans ce type de logiciel.

3-3.5 Conclusion

Le modèle cinématique est un modèle très intéressant car il permet de modéliser facilement l'ensemble des zones de tolérance couramment utilisées.

On peut à l'aide de ce modèle d'effectuer aussi bien une analyse ascendante ou descendante des tolérances. Ceci dans le but de vérifier la validité du transfert d'une zone de tolérance, exprimée dans un référentiel, vers un autre référentiel. Ou de vérifier si les dispersions d'un procédé de fabrication sont compatibles avec les tolérances données par le dessin de définition. La seule limitation du modèle cinématique est liée non pas au modèle lui-même mais à la méthode de calcul employée pour calculer la forme de la zone neutre ou la forme de l'union des dispersions au cours du transfert de tolérances.

Dans le but d'utiliser ce modèle dans un logiciel d'aide au tolérancement, il est nécessaire de généraliser le modèle cinématique et d'utiliser une autre méthode pour le calcul des intersections. Dans le paragraphe suivant, nous allons introduire une généralisation du modèle cinématique et présenter des méthodes pour calculer la forme de la zone neutre de manière analytique.

3-4 Généralisation du modèle cinématique

La structure du modèle cinématique permet de modéliser la forme et le genre d'une zone de tolérance. Elle permet de modéliser l'ensemble des zones de tolérance définies par la norme ASME Y14.5 M94. Grâce à cette structure, on peut contrôler la forme, la position et l'orientation de la zone de tolérance relativement à un référentiel. Cependant, cette structure permet seulement d'analyser le balayage d'un seul point dans la zone de tolérance. De plus, elle ne permet pas de simuler facilement les mouvements possibles de l'élément tolérancé dans la zone de tolérance. Ainsi, la modélisation des mouvements d'un axe dans une zone de tolérance cylindrique n'est pas facilement réalisable. Ceci est gênant lorsque l'on veut modéliser complètement le mouvement des différentes entités d'une chaîne de tolérances. En effet, bien que le modèle comporte des paramètres de redressement permettant de contrôler l'orientation rattachée au point terminal de la structure, le contrôle de cette orientation relativement à la position de l'élément est très complexe à mettre en œuvre en utilisant seulement la structure initiale.

Nous proposons de ne plus nous limiter à cette structure mais d'utiliser des structures plus évoluées permettant de définir les mouvements des éléments aussi bien en position qu'en orientation au sein de leurs zones de tolérance. La structure cinématique initialement proposée était une structure sérielle. Pour augmenter la richesse de cette représentation, nous introduisons des structures hybrides (parallèles et / ou sérielles) pour modéliser non plus le mouvement d'un point mais le mouvement de l'élément tolérancé dans la zone de tolérance.

Pour illustrer cette notion sur un exemple simple, nous allons utiliser une chaîne cinématique hybride pour tolérancer l'axe d'un cylindre. La figure 46, page 95, montre cette structure permettant d'étudier le mouvement de cet axe dans une zone de tolérance cylindrique.

L'utilisation d'une chaîne cinématique hybride est nécessaire dès que l'on veut analyser une chaîne de tolérance complexe où l'ensemble des éléments ne sont pas exprimés dans le même référentiel et où l'ordre des références n'est pas le même.

Dans une chaîne cinématique, nous devons définir précisément les référentiels liés aux parties fixes. Pour les modéliser, nous utiliserons, comme Louis Rivest, une bibliothèque de cas pour créer les différents référentiels possibles. Cette bibliothèque, composée de 52 cas, est celle de la norme ASME Y14.5.1-M 94. On y retrouve l'ensemble de cas défini par Leveaux [Leveaux 92]. Notons que la norme ASME a répertorié moins de cas car elle ne s'est intéressée qu'aux référentiels les plus courants.

La modélisation d'une chaîne de tolérance par une chaîne cinématique dépend d'une part des zones qui composent la chaîne de tolérances et d'autre part des interactions entre les zones de tolérance.

L'analyse de tolérances ne peut se limiter à l'étude du mouvement d'un point dans l'espace. Nous devons aussi pouvoir modéliser le mouvement d'un axe dans l'espace ou le mouvement d'un plan dans l'espace. De plus, ces mouvements sont limités car les dimensions des pièces sont, elles aussi, limitées. Par exemple, nous pouvons avoir les spécifications suivantes : l'axe doit se trouver dans une zone cylindrique, le plan doit se trouver entre deux plans parallèles, etc. Il faut donc pouvoir modéliser les limitations de mouvement. L'utilisation des chaînes cinématiques hybrides va nous permettre de prendre en compte ces limitations.

3-4.1 Modèle cinématique plan

Ainsi, si l'on examine le tolérancement des pièces présentées aux figures 42 et 44, les chaînes cinématiques qui en découlent sont différentes. Sur la figure 43, nous avons représenté la chaîne cinématique permettant d'étudier la pièce de la figure 42. Le mécanisme O_1D permet de parcourir la zone de tolérance de l'alésage D. Le mécanisme O_2E permet le parcours de la zone de tolérance de l'alésage E. La liaison entre le point D et le point E simule la liaison entre les références D et E pendant la création du référentiel ADE. Le point G simule la position de l'axe de l'alésage G. La figure 45 représente la chaîne cinématique modélisant la liaison entre les trois alésages de la figure 44.

Dans le cas de la figure 42, il n'existe pas de dépendance entre la position de la zone de tolérance de D et de E, c'est-à-dire que la distance entre les points O_1 et O_2 est fixe. Par contre, dans le cas de la figure 44, la position de la zone de tolérance de E dépend de la zone de tolérance de D, c'est-à-dire que la distance entre les points O_1 et O_2 n'est pas fixe. Les chaînes cinématiques issues de ces deux exemples sont différentes (figures 43 et 45) et leur complexité dépend du

degré d'interaction des zones de tolérance constituant la chaîne de tolérance. La structure cinématique aura alors plus ou moins de degrés de mobilité et sera plus ou moins redondante.

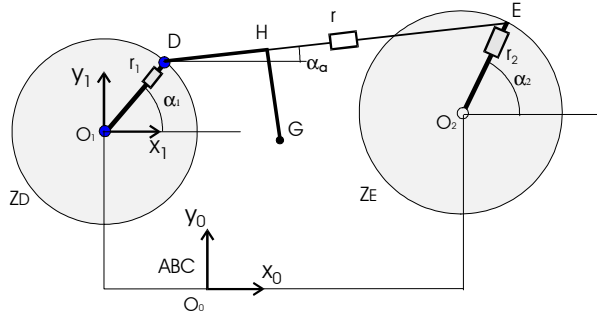
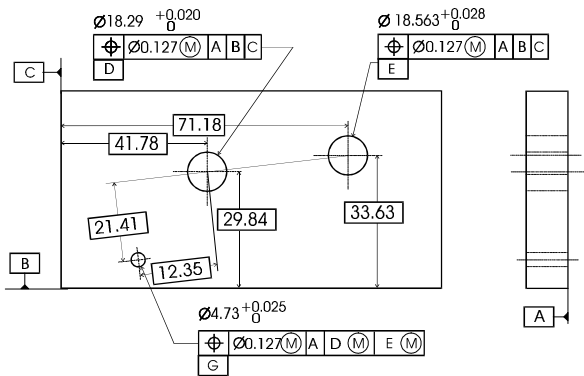


Figure 42 : Exemple de dessin de définition Figure 43 : Structure cinématique équivalente

Les figures 42 et 44 montrent la difficulté de modélisation des chaînes cinématiques. En effet, une mauvaise interprétation des tolérances données par le dessin de définition entraînera la définition de chaînes cinématiques complètement différentes. Dans notre exemple, seule la définition du référentiel contrôlant la position de la zone de tolérance de l'alésage E a été modifiée. Nous sommes passé du référentiel ABC au référentiel ABD.

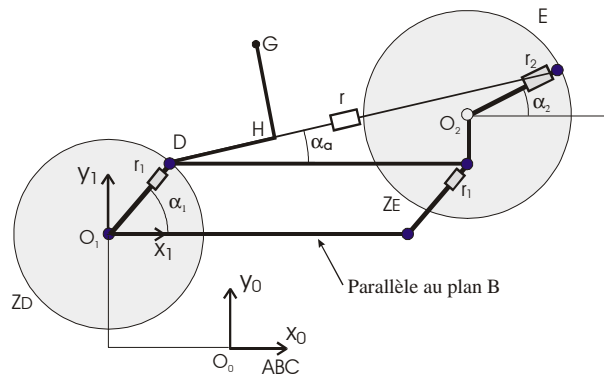
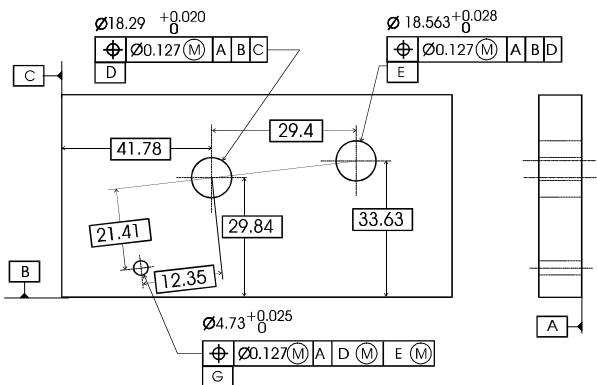


Figure 44 : Exemple de dessin de définition Figure 45 : Structure cinématique équivalente

3-4.2 Modèle cinématique spatial

La figure 46 montre une structure cinématique permettant de modéliser le mouvement d'un axe dans un cylindre. Elle est définie de la manière suivante :

- La position et l'orientation de l'axe nominale sont définies à l'aide des 6 premiers paramètres de la structure : T_A , T_B , T_C , R_A , R_B , R_C .
- Le paramètre T_3 permet de définir la hauteur du cylindre.
- Les paramètres T_1 et R_1 permettent de balayer au point O_f le disque inférieur du cylindre.
- Les paramètres T_2 et R_2 permettent de faire balayer au point P_2 le disque supérieur du cylindre.

L'axe passant par les point O_f et P_2 est l'axe Z_f .

En faisant varier T_1 et T_2 en fonction du rayon du cylindre, R_1 et R_2 entre 0 et 360° , on modélise l'ensemble des axes possibles à l'intérieur d'un cylindre. L'ensemble des paramètres peut être fixé en fonction de l'utilisation de l'axe dans la simulation.

- Si l'axe est une référence primaire, l'ensemble des paramètres est défini comme ci dessus.
- Si l'axe est une référence secondaire ou tertiaire, il existera des contraintes entre les différents paramètres.

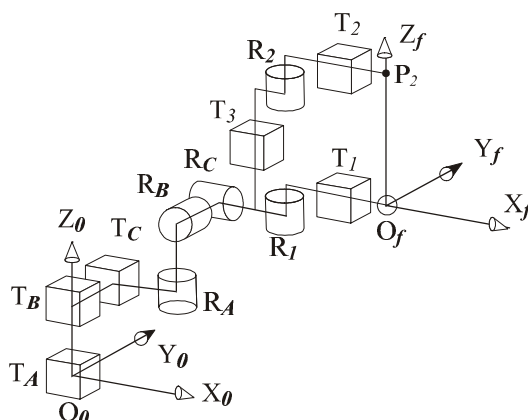


Figure 46 : Structure cinématique pour modéliser le mouvement d'un axe dans un cylindre

Ainsi, étudions la pièce de la figure 47. Cette pièce comporte deux alésages localisés selon les trois plans A, B et C.

L'axe du premier alésage est localisé dans une zone de tolérance cylindrique de diamètre 0.01mm. Cette zone est parallèle au plan A et au plan B et elle est perpendiculaire au plan C.

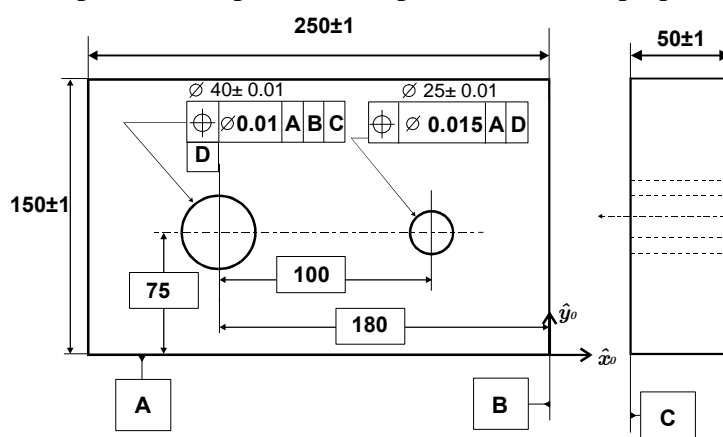


Figure 47 : Exemple de cas spatial

L'axe du deuxième alésage est localisé dans une zone de tolérance parallèle au plan A, et dont l'orientation est fixée par la situation actuelle de l'axe D. Pour transférer la tolérance de position du deuxième alésage dans le référentiel ABC, il faut modéliser la chaîne de tolérance entre le référentiel ABC et le référentiel AD. Nous pouvons le faire à l'aide de la structure présentée précédente. Il y aura alors une relation d'égalité entre les paramètres de translation T_1 et T_2 ainsi

que pour les paramètres de rotation R_1 et R_2 pour que l'axe du cylindre reste perpendiculaire au plan A.

3-5 Méthode analytique d'analyse

L'utilisation des chaînes cinématique permet de modéliser les effets des différentes tolérances d'une chaîne de tolérances.

La méthode cinématique développée par Rivest permet à partir de la chaîne cinématique de trouver la forme de la zone neutre après transfert. Mais cette dernière n'est pas donnée de manière directe. Elle résulte soit d'un calcul par un modeleur de solides, soit d'une analyse des pas significatifs du balayage. Etant donné que l'automatisation de cette analyse n'est pas facile à mettre en œuvre, nous allons proposer une méthode permettant à partir de la définition de la structure cinématique d'obtenir l'équation de la forme de la zone neutre après transfert. Cette méthode utilise des outils issus de la robotique pour modéliser les différents mouvements permis dans la structure cinématique. Nous allons donc présenter un formalisme permettant de décrire la structure cinématique. Puis nous proposerons deux méthodes permettant de calculer la forme des zones de tolérances après un transfert de tolérance.

En robotique, on peut attacher à chaque composant de la structure cinématique un référentiel. On peut ensuite calculer les matrices de transformations homogènes permettant de passer d'un référentiel à un autre suivant, la composition de la structure. On peut donc calculer la matrice de transformation permettant de passer du référentiel de la base au référentiel de l'organe terminal de la structure. Cette matrice décrit les mouvements de l'organe terminal relativement à l'ensemble des paramètres de la structure. Nous allons voir par la suite comment utiliser ceci pour modéliser les zones de tolérances ainsi que les mouvements d'une entité dans une zone de tolérance.

3-5.1 Formulation générale

A partir de maintenant, nous désignerons par \mathbf{C} un point de l'espace, mais la méthode proposée est également valable pour le cas d'une orientation, \mathbf{C} représentera alors un vecteur. Dans la suite, nous ne considérerons que le cas de deux zones de tolérances successives Z_1 et Z_2 comme sur la figure 38 avec $i=1$.

\mathcal{X} respecte la tolérance si et seulement si \mathcal{X} exprimé dans le repère R_{fonct_i} (noté $R_{\text{fonct}_i} \mathcal{X}$) appartient à Z_{i+1} la zone de tolérance liée au repère R_{fonct_i} .

Si on connaît la transformation ${}^{\text{fonct}_i}T_{\text{ref}}$ [Dombre 88] qui permet de passer du repère R_{fonct_i} au repère R_{ref} on peut écrire la relation fondamentale du transfert de tolérance pour le cas d'un point sous la forme suivante :

$${}^{\text{fonct}_i}X = {}^{\text{fonct}_i}T_{\text{ref}} {}^{\text{ref}}X \quad (6)$$

$${}^{\text{fonct}_i}X = \begin{bmatrix} {}^{\text{fonct}_i}A_{\text{ref}} & {}^{\text{fonct}_i}P_{\text{ref}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{\text{ref}} {}^{\text{ref}}X$$

où $X = \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ 1 \end{bmatrix}$. La matrice ${}^{\text{fonct}_i}A_{\text{ref}}$ est la matrice d'orientation du repère R_{ref} exprimé dans le repère R_{fonct_i} . La matrice ${}^{\text{fonct}_i}P_{\text{ref}}$ est la matrice de position du repère R_{ref} exprimé dans le repère R_{fonct_i} .

Dans le cas où X représente une orientation, on aurait alors $X = \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ 0 \end{bmatrix}$.

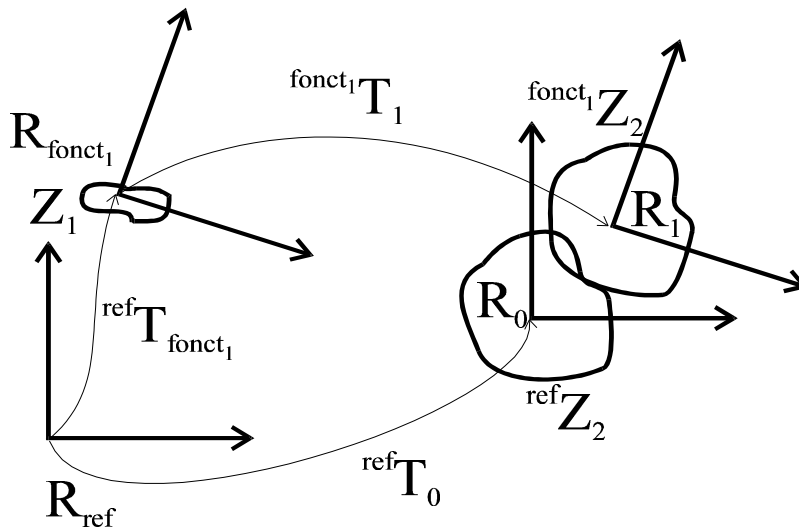


Figure 48 : Définition des différentes transformations

Il est souvent plus pratique d'utiliser l'élément nominal de la zone de tolérance. Nous pouvons introduire deux nouveaux repères s'appuyant sur les conditions nominales. Soit R_1 (respectivement R_0) un repère obtenu à partir du repère R_{fonct_1} (respectivement R_{ref}) par une transformation constante. (figure 48). Le repère R_1 correspond à la situation nominale de la zone Z_2 par rapport au repère R_{fonct_1} . A chaque position et orientation du repère R_{fonct_1} correspond un repère R_1 .

Il y a un lien rigide entre le repère R_{fonct_1} et le repère R_1 .

Le repère R_0 correspond à la situation nominale de la zone Z_2 par rapport au repère R_{ref} .

Soit ${}^{\text{ref}}T_0$ la transformation qui fait passer du repère R_{ref} au repère R_0 . Cette matrice est donnée par les cotes de fabrication.

Soit ${}^{\text{ref}}T_{\text{fonct}_1}$ la transformation qui fait passer du repère R_{ref} au repère R_{fonct_1} . Cette matrice dépend des paramètres q_i . Les paramètres q_i sont les paramètres indépendants de la structure cinématique c'est eux qui commandent les mouvements de la structure au cours du balayage de

l'espace. C'est donc eux qui permettent de définir la position et l'orientation des deux repères R_{ref} et R_{fonct_1} l'un par rapport à l'autre.

Soit ${}^{\text{fonct}_1}T_1$ la transformation qui fait passer du repère R_{fonct_1} au repère R_1 . Cette matrice est obtenue par les cotes nominales du dessin de définition.

A partir de la structure cinématique, on peut associer des repères et des matrices de transformations entre les différents repères. On peut notamment calculer la matrice de transformation 0T_1 . Au cours du balayage des différents paramètres q vont pouvoir prendre différentes valeurs dans l'ensemble \mathbf{Q} des valeurs possibles. Pour chaque valeur de q nous auront une matrice 0T_1 . On pourra donc définir l'ensemble des valeurs que prendra la matrice 0T_1 au cours du balayage comme étant l'ensemble \mathbf{t} .

Soit ${}^0\mathbf{c}$ les coordonnées dans R_0 du point \mathbf{c} , et soit ${}^1\mathbf{c}$ les coordonnées dans R_1 du point \mathbf{c} .

L'équation générale peut alors s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} {}^{\text{fonct}_1}X_1 &= {}^{\text{fonct}_1}T_1 {}^1T_0 {}^0T_{\text{ref}}^{\text{ref}} X \\ {}^1T_{\text{fonct}_1} {}^{\text{fonct}_1}X_1 &= {}^1T_{\text{fonct}_1} {}^{\text{fonct}_1}T_1 {}^1T_0 {}^0X \\ {}^1X &= {}^1T_0 {}^0X \end{aligned} \quad (7)$$

où ${}^1X = \begin{bmatrix} {}^1\mathbf{c} \\ 1 \end{bmatrix}$ et ${}^0X = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{c} \\ 1 \end{bmatrix}$.

Le développement de cette relation nous donne :

$${}^1\mathbf{c} = {}^1A_0 {}^0\mathbf{c} + {}^1P_0$$

A partir de cette relation nous pouvons calculer les deux zones suivantes :

- La zone neutre après transfert qui représente l'intersection de l'ensemble des zones de tolérances possibles.
- L'union de l'ensemble des zones de tolérances possibles.

Pour pouvoir calculer ces deux zones, il faut pouvoir calculer si un point de l'espace appartient à une zone de tolérance après transformation. Nous pouvons écrire une condition nécessaire et suffisante de respect de la zone de tolérance :

${}^1\mathbf{c}$ respecte la tolérance si et seulement si :

$${}^1\mathbf{c} \in {}^{\text{fonct}_1}Z_2 \quad (8)$$

Cela veut dire que si le point \mathbf{c} , après transformation, ne se trouve plus dans la zone de tolérance ${}^{\text{fonct}_1}Z_2$, alors la tolérance n'est pas respectée pour cette transformation. Dans ce cas, après transformation le point ${}^1\mathbf{c}$ n'est plus réalisable en respectant la zone de tolérance. L'ensemble des points ${}^1\mathbf{c}$ qui restent dans la zone de tolérance ${}^{\text{fonct}_1}Z_2$ quelle que soit la transformation ${}^0T_1 \in \mathbf{t}$ qui fait bouger cette zone sont les points de la zone neutre. Ils sont réalisables quelle que soit la position de la zone de tolérance ${}^{\text{fonct}_1}Z_2$. L'ensemble des points ${}^1\mathbf{c}$ qui restent dans la zone de tolérance après une transformation ${}^0T_1 \in \mathbf{t}$ sont les points de l'union des zones de tolérances.

Pour la clarté de l'exposé, nous nous limiterons au cas de tolérances de position circulaires dans le plan. Nous allons tout d'abord calculer l'intersection des zones de tolérances. puis nous calculerons l'union des zones de tolérances.

3-5.2 Calcul de l'intersection des zones de tolérance

Pour que l'on puisse réaliser le point \mathcal{X} tout en le faisant respecter la tolérance, il faut que ce point reste dans le cercle ${}^{\text{fonct}1}Z_2$ après n'importe quelle transformation 0T_1 . Sinon, cela veut dire que la transformation 0T_1 le fait sortir de la zone de tolérance, et on ne peut plus respecter la tolérance. Puisque ${}^1\mathbf{c}$ doit être dans le cercle ${}^{\text{fonct}1}Z_2$, il faut que la distance entre le centre de ce cercle ${}^{\text{fonct}1}Z_2$ et le point ${}^1\mathbf{c}$ soit inférieure au rayon r_1 du cercle ${}^{\text{fonct}1}Z_2$. Puisque l'origine du repère R_1 est le centre du cercle ${}^{\text{fonct}1}Z_2$, il faut simplement que la distance entre le point ${}^1\mathbf{c}$ et l'origine de R_1 soit inférieure à r_1 ce qui donne :

$$\| {}^1\mathbf{c} \|^2 \leq r_1^2 \quad (9)$$

Or nous avons :

$$\begin{aligned} \| {}^1\mathbf{c} \|^2 &= ({}^1A_0 {}^0\mathbf{c} + {}^1P_0)^T ({}^1A_0 {}^0\mathbf{c} + {}^1P_0) \\ &= \| {}^0\mathbf{c} \|^2 - 2 {}^0\mathbf{c}^T {}^0P_1 + {}^1P_0^2 \end{aligned}$$

L'inéquation précédente devient :

$$\| {}^0\mathbf{c} \|^2 - 2 {}^0\mathbf{c}^T {}^0P_1 + {}^1P_0^2 - r_1^2 \leq 0 \quad (10)$$

On peut alors développer 0P_1 et ${}^0\mathbf{c}$ selon leurs expressions polaires soit :

$${}^0P_1 = [\rho \cos\theta \quad \rho \sin\theta \quad 0]^T \text{ avec } \rho \geq 0 \text{ et } {}^0\mathbf{c} = [r \cos\alpha \quad r \sin\alpha \quad 0]^T$$

ce qui donne :

$$r^2 - 2 r \rho \cos(\theta - \alpha) + \rho^2 - r_1^2 \leq 0 \quad (11)$$

Cette inéquation dépend des paramètres q_i qui définissent le mouvement de la structure cinématique.

Résolvons cette inéquation. Nous devons calculer le discriminant Δ de cette équation. Les solutions de cette équation doivent être réelles il faut donc que Δ soit positif quel que soit les valeurs des paramètres q_i .

Si Δ est négatif pour une valeur particulière des paramètres q_i cela veut dire qu'il n'existe pas de valeur de r qui permette de résoudre l'équation 11. Il ne pourra donc exister de zone d'intersection commune Z_{int} et donc la tolérance n'est pas transférable de $R_{\text{fonct}1}$ vers R_{ref} .

Nous pouvons donc définir une condition nécessaire pour que la zone neutre existe. Il faut que :

$$\Delta \geq 0 \quad \forall q_i \in \mathcal{Q}$$

Si nous développons l'expression du discriminant Δ nous obtenons la condition suivante :

$$r_1^2 \geq \rho^2 \sin^2(\theta - \alpha) \quad (12)$$

Il faut donc en résumé que :

$$r_1^2 \geq \rho^2 \quad (13)$$

Cette équation résume le fait que pour qu'il y ait une intersection entre les images il faut que le point après transfert reste à une distance inférieure au rayon r_1 de la zone de tolérance.

Si Δ est positif pour toutes les valeurs de $q_i \in \mathbf{Q}$ alors l'équation 11 à deux solutions réelles et de signes opposées r' et r'' . Si r' est la racine de signe positif Le rayon de notre zone neutre Z_{int} est donné par :

$$r_n(\alpha) = \min_{q_i} r' \quad (14)$$

avec

$$r' = \rho \cos(\theta - \alpha) + \sqrt{r_1^2 - \rho^2 \sin^2(\theta - \alpha)} \quad (15)$$

L'équation 14 est l'équation polaire de la zone neutre. Pour chaque valeur de α nous pouvons calculer le rayon de la zone neutre. En faisant varier α entre 0 et 2π , nous obtenons la forme de la zone neutre exprimée dans R_0 .

3-5.3 Calcul de l'union des zones de tolérance

Le calcul de l'union des zones de tolérance est effectué de la même manière que pour le calcul de l'intersection. Un point ${}^0\mathbf{c}$ respecte la tolérance après une transformation 0T_1 si ce point reste dans le cercle ${}^{\text{fonct}1}Z_2$ après cette transformation 0T_1 . Sinon, cela veut dire que la transformation 0T_1 le fait sortir de la zone de tolérance, et on ne peut plus respecter la zone de tolérance pour ce point. Ceci nous amène au même raisonnement que précédemment nous pouvons donc développer l'équation 9 et aboutir pour une transformation 0T_1 à l'inéquation 11. Cette inéquation peut ou non être vérifiée pour un point \mathbf{c} de l'espace. Si cette inéquation est vérifiée, cela veut dire que le point \mathbf{c} est dans la zone de tolérance après la transformation 0T_1 . Pour calculer les points limites qui formeront la frontière de l'union des zones de tolérances, il faut calculer pour chaque α la plus grande valeur que peut prendre r après avoir subi l'ensemble des transformations ${}^0T_1 \in \mathbf{t}$. A partir de l'équation 13, nous pouvons calculer ce rayon :

$$r_u(\alpha) = \max_{q_i} r' \quad (16)$$

Nous n'avons plus de contrainte sur le discriminant Δ en effet, l'ensemble des points de l'union ne sont pas censés être valides pour l'ensemble des transformations possibles mais seulement pour au moins une d'entre elles. Par contre, dans l'équation 16, seuls les rayons r' résultants d'un discriminant Δ positif sont pris en compte.

3-5.4 Analyse descendante

Nous allons présenter deux exemples traités par Louis Rivest pour vérifier notre méthode. Le premier exemple est trivial. Nous le présentons simplement pour montrer la validité de la

méthode. Le deuxième exemple est plus complexe pour montrer les domaines d'applications de la méthode.

3-5.4.1 Exemple introductif

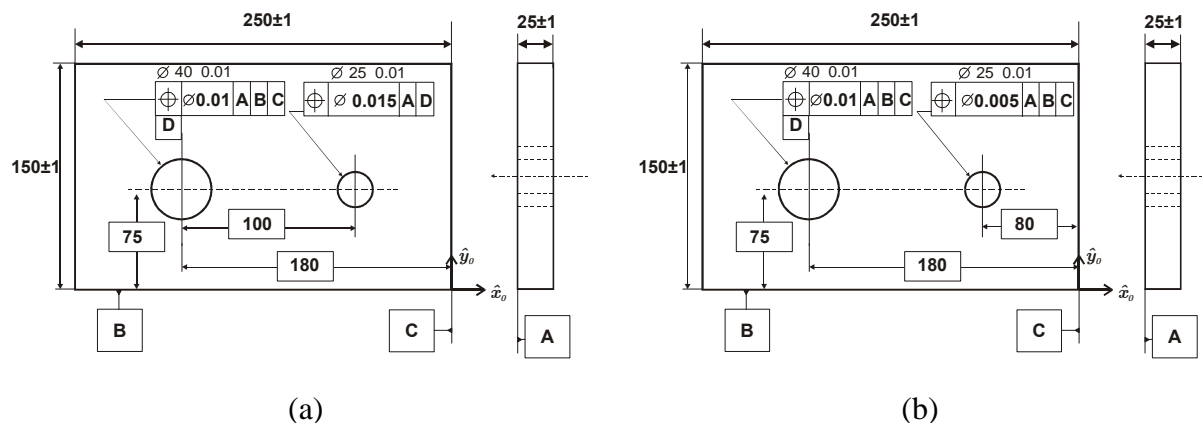


Figure 49 : Exemple de transfert de tolérance

La figure 49a montre le dessin de définition d'une pièce mécanique comportant deux alésages. L'alésage D de diamètre 40 ± 0.01 mm est tolérancé par une tolérance de position de diamètre 0.01 relativement au référentiel composé par le plan A, le plan B et le plan C dans cet ordre. La position nominale de l'axe de cet alésage est de -180 sur \vec{x} et 75 sur \vec{y} .

Le deuxième alésage de diamètre 25 ± 0.01 est localisé par une tolérance de position de diamètre 0.015 relativement au plan A et à l'axe de l'alésage D. Ce référentiel est incomplet mais on supposera qu'il reste horizontal c'est-à-dire parallèle au plan B.

Pour des raisons techniques, on veut réaliser ces alésages en une seule opération. Il faut donc vérifier que le transfert de la tolérance de position du deuxième alésage dans le référentiel ABC est réalisable.

La figure 49b montre un exemple de tolérancement de ces deux alésages dans un seul système de référence ABC.

Puisque la référence primaire des deux alésages est la même référence plane A on peut étudier le transfert en 2D et non pas en 3D. Les axes des alésages seront représentés par des points et ils seront confinés dans des disques.

La figure 50 montre la structure cinématique simplifiée de la chaîne de tolérance complète.

L'axe de l'alésage D est confiné dans le disque ZT_1 et l'axe du deuxième alésage est confiné dans un disque ZT_2 dont la position dépend de la position de l'axe de l'alésage D.

Suivant l'ensemble des positions de l'axe D la zone ZT_2 va balayer une portion de l'espace et l'intersection de l'ensemble des disques ZT_2 donnera la zone de tolérance Z_{int} exprimée dans le référentiel ABC.

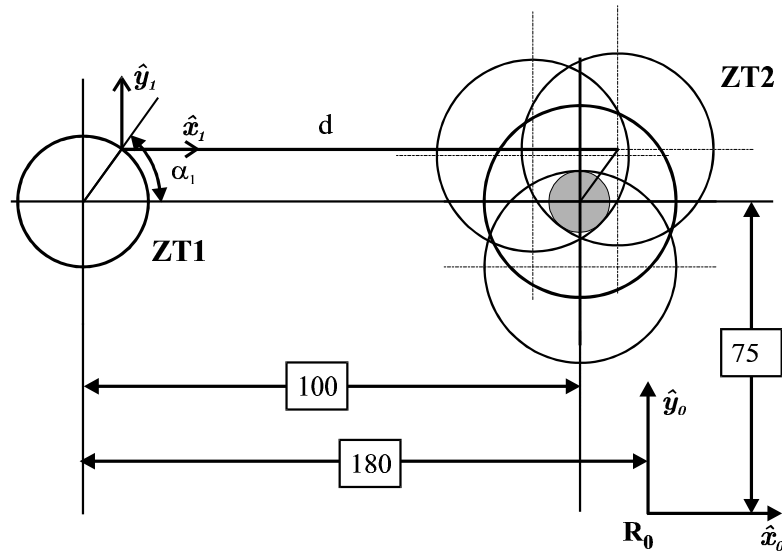


Figure 50 : Structure cinématique

A partir de cette structure cinématique nous allons définir les différents référentiels et écrire les différentes matrices de transformation homogène pour analyser le mouvement de la structure.

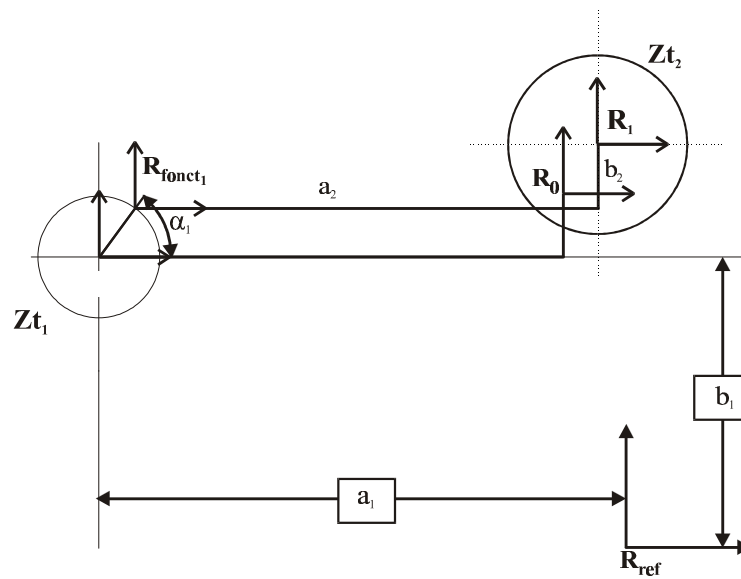


Figure 51 : Définition des différents repères

La figure 51 montre les différents référentiels que nous pouvons définir pour cette structure. 0 partir de ces matrices nous pouvons calculer la matrice de transformation 0T_1 entre le référentiel R_0 et R_1 .

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} r_1 \cos(\alpha_1) \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & r_1 \sin(\alpha_1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si nous développons l'inéquation 11 nous obtenons :

$$r^2 - r_1^2 - 2 r r_1 \cos(\alpha - \alpha_1) \leq r_2^2 \quad (17)$$

Le discriminant Δ de cette équation est :

$$\Delta = r_2^2 - r_1^2 \sin^2(\alpha - \alpha_1)$$

Une condition suffisante pour que Δ soit positif quel que soit α est que $r_1 \leq r_2$. Ceci est un résultat évident mais il montre la pertinence de la méthode. Dans le cas où $r_1 \leq r_2$ alors la solution de l'équation 17 devient :

$$r' = \sqrt{r_2^2 - r_1^2 \sin^2(\alpha - \alpha_1)} - r_1 \cos(\alpha - \alpha_1)$$

Le rayon de la zone neutre est donné par le minimum de r' quel que soit α_1 :

$$r_n(\alpha) = r_2 - r_1$$

Ce résultat est un résultat trivial. Mais il montre de manière simple l'utilisation de la méthode et les potentialités de cette dernière.

Nous allons appliquer la méthode de calcul analytique de la zone neutre après transfert sur un exemple un peu plus complexe pour voir les possibilités d'utilisation de cette méthode. Ce dernier est extrait de la thèse de Louis Rivest [Rivest 94a]. Il traite du problème de transfert que nous avons déjà évoqué.

3-5.4.2 Etude d'une pièce générique

Dans la suite de ce mémoire nous reviendrons souvent sur l'analyse des tolérances d'une pièce générique. Cette pièce est extraite de [Rivest 94a] elle représente un corps de pompe (figure).

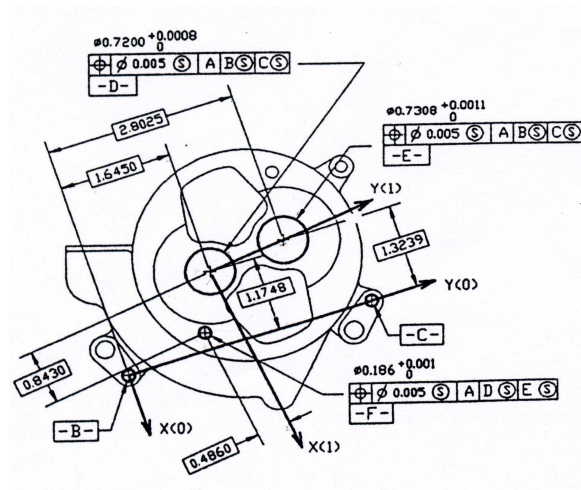


Figure 52 : Dessin de définition d'un corps de pompe extrait de [Rivest 94a]

Nous avons simplifier le dessin de définition pour extraire seulement les entités qui nous intéressent et nous avons transformé les unités en mm. La figure 53 nous montre cette pièce simplifiée. Elle comporte trois alésages, les deux premiers alésages D et E sont localisés

relativement au plan ABC. Le troisième est localisé relativement au plan A et aux deux alésages D et E dans cet ordre.

Si l'on souhaite réaliser les trois alésages dans la même phase sans démonter la pièce, il faut transférer la tolérance de position du troisième alésage dans le référentiel ABC.

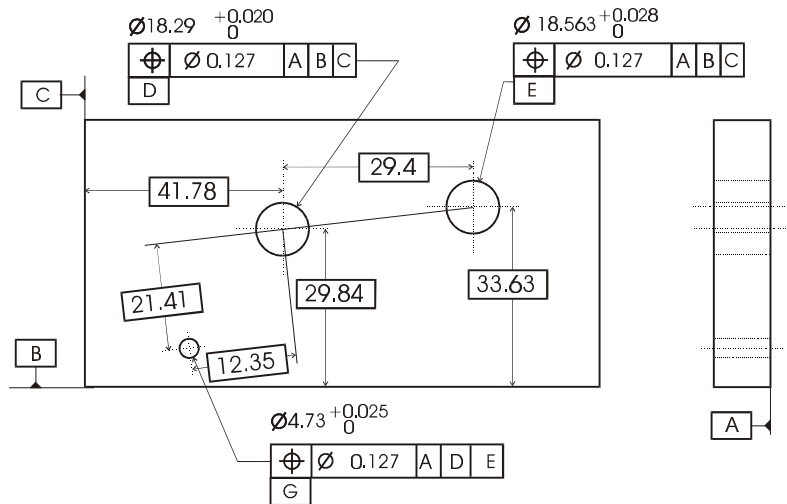


Figure 53 : Dessin de définition

Nous pouvons définir une structure cinématique permettant de modéliser ces spécifications. Puisque la référence primaire A est un plan, le problème peut être traité dans le plan. Nous devons tout d'abord modéliser le mouvement de l'axe D au pire des cas dans une zone de tolérance circulaire. Puis nous modélisons le mouvement de l'axe E par une autre zone circulaire. Enfin nous pouvons modéliser le mouvement du point G relativement aux deux autres points D et E toujours avec une zone circulaire.

La figure 54 nous montre une telle structure.

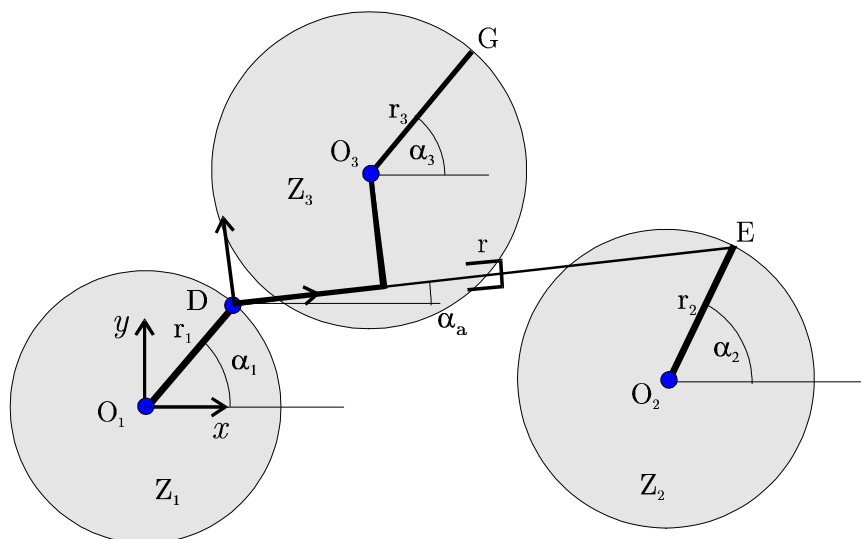


Figure 54 : Structure cinématique équivalente

A partir de cette structure, nous pouvons définir les différents référentiels ainsi que les différentes matrices de transformations qui permettent de passer d'un référentiel à un autre (figure 55).

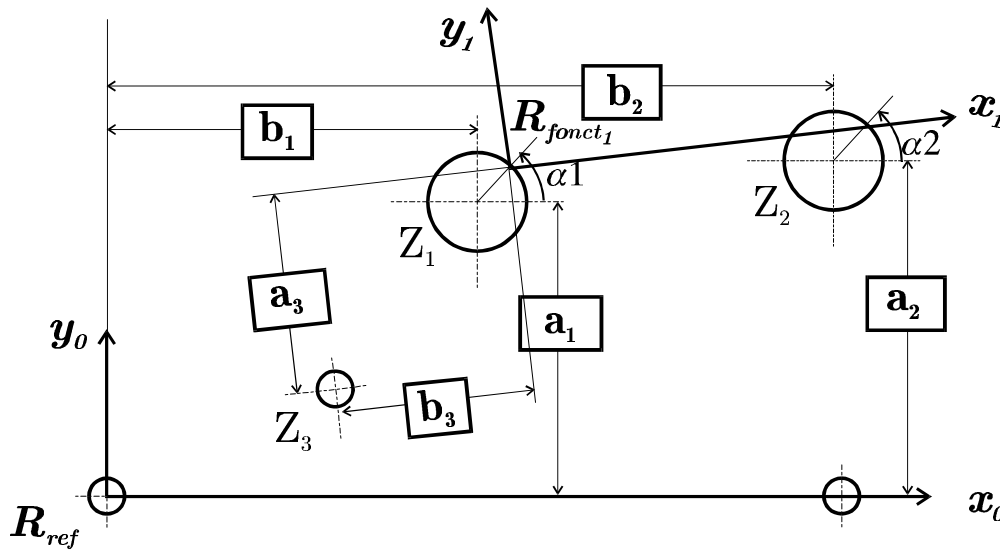


Figure 55 : Ensemble des référentiels associés

Puis nous pouvons calculer le vecteur ${}^0\mathbf{P}_I$ pour la zone Z_3 . Nous pouvons alors résoudre l'équation 11 avec $r_1 = r_{Z_3}$. Nous pouvons alors calculer le rayon de la zone neutre dans le référentiel R_0 associé à la position nominale de la zone Z_3 . Suivant les valeurs que nous prenons pour les zone Z_1 et Z_2 le transfert est possible où non.

Paramètre de la structure	a_1	b_1	a_2	b_2	a_3	b_3
Valeur en mm	29.84	41.783	33.627	71.183	-21.412	-12.344

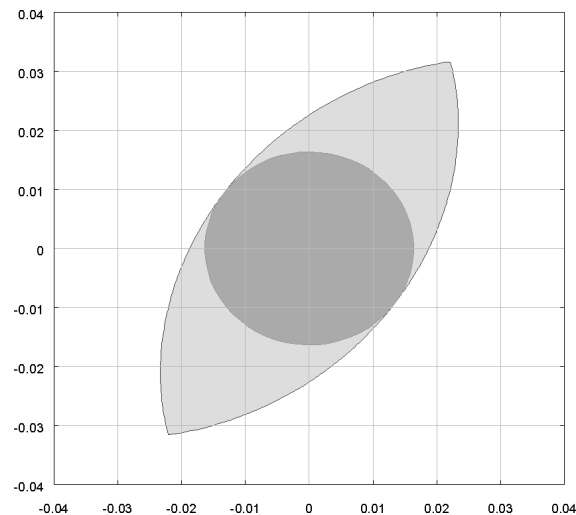
Table 3 : Valeur des paramètres définissant la structure cinématique

La table 4 nous montre les différentes valeurs des rayons de la zone neutre après transfert suivant les valeurs que l'on prend pour les rayons des zones Z_1 et Z_2 .

Cas	Rayon mm		Résultats de L. Rivest	Méthode analytique
1	$r_1 = 0.0635$	$\mathbf{r_n}$	—	—
	$r_2 = 0.0635$	$\min \Delta$	—	-0.0207
	$r_3 = 0.0635$	q_i		
2	$r_1 = 0.03175$	$\mathbf{r_n}$	—	—
	$r_2 = 0.03175$	$\min \Delta$	—	-0.00215
	$r_3 = 0.0635$	q_i		
3	$r_1 = 0.0127$	$\mathbf{r_n}$	0.033	0.032
	$r_2 = 0.0127$	$\min \Delta$	—	0.00305
	$r_3 = 0.0635$	q_i		
4	$r_1 = 0.01905$	$\mathbf{r_n}$	0.0165	0.0164
	$r_2 = 0.01905$	$\min \Delta$	—	0.00180
	$r_3 = 0.0635$	q_i		

Table 4 : Valeurs du rayon de la zone neutre après transfert

La figure 56 nous montre la forme de la zone neutre après transfert dans le quatrième cas de la table précédente. La forme en fuseau de cette zone n'étant pas directement exploitable par le fabricant, il faut donner le rayon de la plus grande zone circulaire inscrite dans la zone neutre (en gris foncé sur la figure). On remarque alors qu'une grande partie de la zone neutre après transfert n'est pas utilisable si on n'exploite que la zone circulaire. Pourtant toutes les pièces qui respectent cette zone sont correctes et respectent la spécification.

Figure 56 : Forme de la zone neutre après transfert exprimée dans R_0 pour le 4^{ème} cas de la table 4

3-5.4.3 Etude d'un groupe d'entité

Si nous modifions la position nominale de l'alésage, nous obtenons des formes et des rayons de zones neutres différents. Ainsi, la figure 57 montre l'exemple d'un groupe d'alésages localisés avec le même système de référence que précédemment. La figure 58 montre la forme de la zone de tolérance pour chaque alésage dans le cas où $r_1 = 0.01905$, $r_2 = 0.01905$ et que le rayon de chaque zone de tolérance à transférer soit égal à $r_3 = 0.0635$. Sur chaque figure, nous avons représenté l'intersection des zones de tolérance ainsi que l'union de ces zones de tolérances.

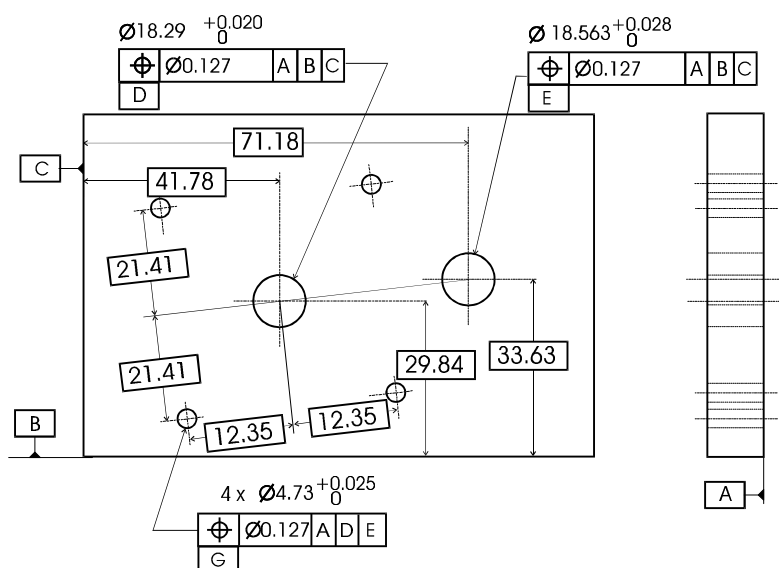


Figure 57 : Groupe de quatre alésages

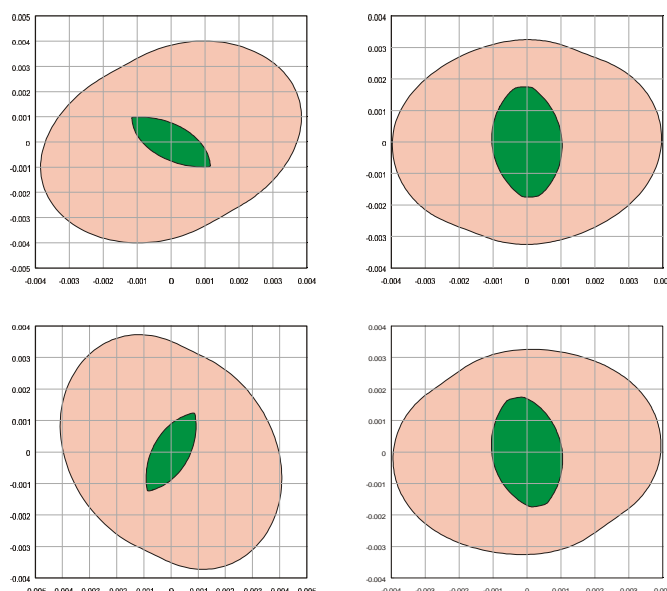


Figure 58 : Forme des zones de tolérance après transfert

3-5.5 Analyse ascendante

L'analyse ascendante consiste à calculer l'accumulation d'une dispersion de fabrication pour arriver à calculer une dispersion relative qui sera comparée à la zone de tolérance que l'on doit respecter. Il faut donc calculer l'union de l'ensemble des dispersions de fabrication. La structure cinématique sera la même que celle utilisée dans le cas de l'analyse descendante. Par contre ce n'est plus la zone de tolérance que nous étudions mais une zone de dispersion de fabrication. Nous pouvons supposer que ces dispersions de fabrication sont de forme circulaire. Dans ce cas, on peut appliquer le même raisonnement que dans le cas de l'analyse descendante. Mais au lieu de calculer l'intersection des différentes zones de tolérance, on calcule alors l'union de ces zones.

Reprenons par exemple la pièce de la figure 53, mais au lieu d'utiliser des tolérances de fabrications, nous prenons en compte les dispersions du procédé qui réalisera simultanément les trois alésages. Nous utilisons la même structure cinématique définie par la figure 54.

Prenons par hypothèse que la dispersion sur la tolérance de fabrication du premier alésage est un disque de 0.015mm de diamètre. La dispersion de fabrication du second est un disque de 0.012mm. La dispersion de fabrication de troisième est de 0.03mm. Nous reprenons les calculs précédents pour calculer l'union des dispersions.

Nous obtenons la zone de dispersion relative du troisième alésage comme nous le montre la figure 59. Sur cette figure, nous avons aussi représenté la zone de tolérance du troisième alésage dans sa position nominale. Nous voyons, que la zone de dispersion est complètement incluse dans cette zone de tolérance. Le procédé de fabrication est donc capable de fabriquer des pièces en conformité avec les spécifications imposées.

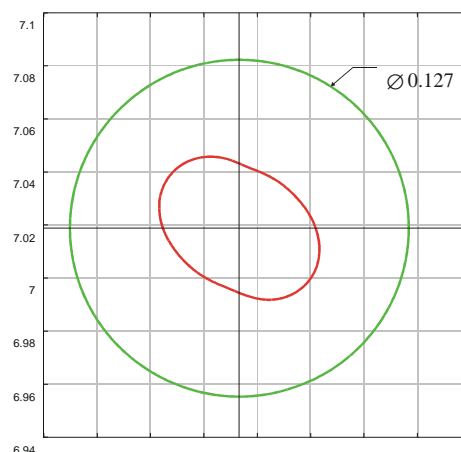


Figure 59 : Zone de dispersion relative

Maintenant, choisissons un autre procédé de fabrication. Les dispersions de fabrication des trois alésages sont alors égales à 0.0365mm.

La figure 60 nous montre alors la zone de dispersion relative du troisième alésage. Nous remarquons que cette zone est juste inscrite dans la zone de tolérance de l'alésage. Nous avons

ici un cas limite pour le calcul des dispersions de fabrication. Le procédé est capable, mais nous avons atteint les limites du procédé de fabrication.

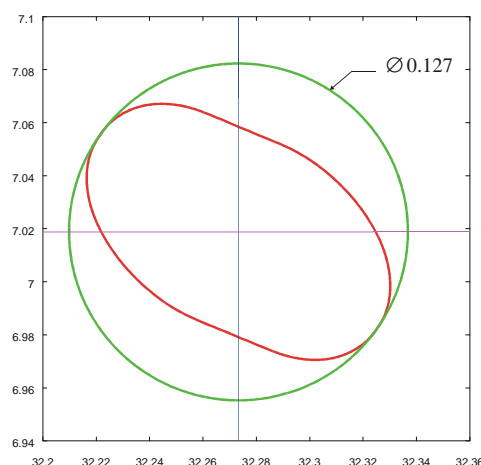


Figure 60 : Zone de dispersion limite

Maintenant, si nous utilisons un autre procédé de fabrication dont la zone de dispersion des deux premiers alésages est de 0.04mm et celle du troisième alésage de 0.05mm. La figure 61 nous montre le résultat du calcul de cette zone de dispersion. Nous remarquons que la zone est plus grande que la zone de tolérance du troisième alésage. Le procédé de fabrication est donc incapable d'assurer que toutes les pièces produites dans ce cas seront conformes.

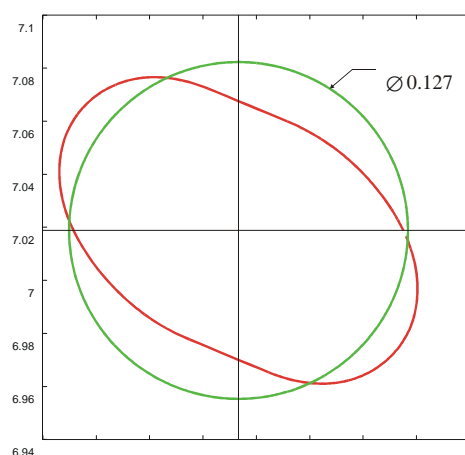


Figure 61 : Zone de dispersion trop importante

3-5.6 Synthèse de tolérance de répartition

La méthode que nous proposons permet donc de calculer soit la zone neutre après transfert de tolérance en connaissant les tolérances de fabrication du procédé. Ou elle permet aussi de calculer les dispersions relatives de fabrication en connaissant les dispersions de fabrication du procédé. Dans les deux cas nous partons d'un ensemble de variables connues pour en déduire la zone neutre ou la zone de dispersion relative. Nous avons donc une partie du processus de synthèse de tolérances.

La synthèse de tolérance fait intervenir un processus d'optimisation des différentes valeurs des zones de tolérance comme par exemple le coût de réalisation d'une pièce. Nous n'allons pas aller aussi loin mais simplement présenter ce processus d'optimisation dans un cas simple. Nous allons chercher quelle est la valeur limite qui faut appliquer aux trois zones de tolérances de fabrication des alésages de la figure 53 pour respecter la zone de tolérances de 0.127mm du troisième alésage. Pour cela, nous reprenons l'équation qui nous donne le rayon de la zone neutre après transfert. Cette équation dépend justement des valeurs r_1 et r_2 des rayons de zones de tolérances de fabrication des deux premiers alésages D et E. nous avons donc une fonction f qui nous donne la valeur de r_n suivant les valeurs de r_1 de r_2 de du rayon r_3 de la zone de tolérance du troisième alésage.

$$r_n = f(r_1, r_2, r_3)$$

Il suffit donc de résoudre le système contraint suivant :

$$\begin{cases} r_n = f(r_1, r_2, r_3) \\ r_1 = r_n \\ r_2 = r_n \end{cases}$$

Pour une zone de tolérance du troisième alésage de 0.127mm nous trouvons pour valeur de r_n , r_1 et r_2 un rayon de 0.018mm.

Nous voyons donc que notre méthode analytique peut être utilisée dans un logiciel de synthèse de tolérances. L'exemple que nous avons traité ici est trivial mais il montre bien que la méthode peut être étendue à n'importe quelle contrainte sur les différents rayons des zones de tolérances. De plus, nous avons traité ici le cas de l'analyse descendante de tolérances mais nous pouvons aussi utiliser cette méthode dans le cas de l'analyse ascendante de tolérances dans une boucle de synthèse de tolérances.

3-5.7 Conclusion

Nous venons de présenter une méthode permettant dans le cas plan de calculer à la fois l'intersection des zones de tolérances et l'union de ces zones de tolérances en fonction des états possibles des références composant le système de références. Nous n'avons pas traité le cas où l'on ajoutait des modificateurs d'états sur les tolérances de position ou sur les références. Car dans ce cas, il suffit simplement d'augmenter la zone de tolérance de l'écart maximum entre l'état au maximum de matière et celui au minimum de matière de l'alésage. La méthode reste donc valide là aussi.

Nous avons donc présenté une méthode permettant d'effectuer aussi bien une analyse dans le pire des cas du transfert de tolérance que le calcul de l'accumulation des dispersions de fabrication. Cette méthode peut aussi être utilisée en bureau d'études pour vérifier des contraintes liées à l'assemblage par exemple.

Nous verrons dans le prochain chapitre comment étendre ce procédé au calcul de pièces virtuelles et résultantes.

3-6 Méthode jacobienne d'analyse

La méthode précédente permet de définir de manière analytique la forme d'une zone de tolérance après transfert. Mais, étant donné que nous utilisons une structure cinématique, il serait intéressant d'utiliser les outils de la robotique pour étudier cette structure. En effet, en robotique, il existe un ensemble de méthodes et d'outils permettant d'étudier les propriétés des structures cinématiques tels que le logiciel SYMORO (*Symbolic Modeling of Robots*) qui est un logiciel de calculs symboliques pour l'écriture des modèles géométriques, cinématiques et dynamiques des systèmes mécaniques rigides poly-articulés à partir d'une description géométrique systématique de la structure [Khalil 94a, Khalil 94b]. De tels outils permettent de calculer les différents modèles pour étudier les propriétés des manipulateurs telles que par exemple le calcul d'un espace de travail, dans le domaine articulaire ou dans l'espace opérationnel. Ceci permet de calculer l'ensemble des parties de l'espace que le manipulateur peut atteindre.

Les résultats d'analyse que nous étudions dans cette section complètent ceux obtenus par la méthode analytique. Notons que la méthode jacobienne permet de trouver tous les résultats de la méthode analytique.

3-6.1 Description de la chaîne cinématique

Une chaîne cinématique est composée d'un ensemble de corps rigides (pièces) liés entre eux par des liaisons mécaniques parfaites. Suivant le nombre de corps attaché à chaque autre corps de la chaîne cinématique, nous pouvons classer les chaînes cinématiques de deux manières différentes :

- Soit c'est une chaîne cinématique ouverte. Dans ce cas chacun des corps composant la chaîne à un degré de connexion au plus égal à deux. C'est-à-dire qu'il est relié au plus à deux corps.
- Soit c'est une chaîne cinématique fermée. Dans ce cas, au moins un des corps de la chaîne comporte un degré de connexion au moins égal à trois.
- Soit c'est une chaîne hybride qui est constituée d'une ou de plusieurs chaînes fermées et d'une ou de plusieurs chaînes cinématiques ouvertes.

Dans une chaîne cinématique, chaque corps de mécanisme est relié au suivant par une (ou plusieurs) liaison mécanique on parle alors d'articulation. Elles sont de deux types :

- Les articulations prismatiques qui définissent une translation selon un axe ;
- Les articulations pivots ou rotoïdes qui définissent une rotation autour d'un axe ;

Etant donné que nous voulons faire balayer un espace à notre chaîne cinématique, nous devons définir les articulations qui permettront d'effectuer ce balayage.

Chacune des articulations pourra être soit passive ou soit active. Les articulations actives vont définir le mouvement possible du manipulateur. Les articulations passives subissent le mouvement imposé par les articulations actives. Nous notons \mathbf{q}_i le vecteur des variables

articulaires actives (ou indépendantes) et \mathbf{q}_d le vecteur des variables articulaires passives (ou dépendantes). Nous pouvons regrouper les deux vecteurs \mathbf{q}_i et \mathbf{q}_d pour former le vecteur des variables articulaires \mathbf{q} avec $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_i \\ \mathbf{q}_d \end{bmatrix}$.

On peut définir une relation entre les entrées \mathbf{q} du manipulateur, c'est-à-dire les variables articulaires, et les sorties \mathbf{X} , c'est-à-dire les configurations de l'organe terminal, de la façon suivante :

$$F(\mathbf{X}, \mathbf{q}) = 0$$

3-6.2 Définition des espace paramétriques

Pour un manipulateur, nous pouvons définir différents espaces paramétriques :

- L'espace opérationnel noté EO .
- L'espace des articulations ou espace articulaire noté EA .

Sur chacun de ces espaces, on peut définir l'ensemble articulaire Q et l'espace de travail W .

Q définit l'ensemble des positions des articulations motorisées qui permettent d'assembler le mécanisme [Chablat98]

$$Q \subset EA$$

$$Q = \left\{ \mathbf{q} \in EA \mid \exists \mathbf{X} \in EO / F(\mathbf{X}, \mathbf{q}) = 0 \right\}$$

W définit l'ensemble des configurations possibles de l'organe terminal. C'est-à-dire l'ensemble des positions et orientations accessibles par l'organe terminal.

$$W \subset EO$$

$$\forall \mathbf{X} \in W, \exists \mathbf{q} \in Q / F(\mathbf{X}, \mathbf{q}) = 0$$

La limite de cet espace de travail peut être calculée en étudiant la nullité du déterminant de la matrice Jacobienne du mécanisme exprimée pour l'organe terminal. C'est une partie des limites de l'espace de travail qui vont nous permettre de définir la forme de la zone neutre après transfert.

3-6.3 Calcul de la matrice Jacobienne

Nous avons vu que nous pouvions calculer la matrice de transformation homogène entre la base et l'organe terminal de la structure cinématique. Cette matrice peut être exprimée de la façon suivante :

$${}^{\text{base}}\mathbf{T}_{\text{term}}(\mathbf{q}) = \mathbf{U}_0 \quad (18)$$

Où \mathbf{U}_0 représente le mouvement de l'organe terminal et \mathbf{q} le vecteur des paramètres de la structure. Généralement \mathbf{U}_0 est représenté par le vecteur $[x, y, z]^T$. Où x , y et z représentent la position de l'organe terminal.

Si la structure contient des boucles fermées, il faut les prendre en compte pour calculer le mouvement de l'organe terminal. Pour chaque boucle fermée on peut écrire que le produit des matrices de transformation de chaque corps de la boucle est égal à la matrice identité, soit :

$$\prod^{a(i)} \mathbf{T}_i = \mathbf{I} \quad (19)$$

Où $a(i)$ représente l'élément précédent du $i^{\text{ème}}$ élément de la structure cinématique de la boucle fermée et \mathbf{I} représente la matrice Identité.

Une fois que l'on a écrit ces différentes équations nous obtenons un système d'équations non linéaires qui prend en compte le mouvement de l'organe terminal ainsi que les contraintes de fermeture des boucles fermées de la structure cinématique :

$$\begin{cases} \mathbf{F}(\mathbf{q}_d, \mathbf{q}_i) = 0 \\ \mathbf{Y}(\mathbf{q}_d, \mathbf{q}_i) = \mathbf{U}_0 \end{cases} \quad (20)$$

Où $\mathbf{F}(\mathbf{q}_d, \mathbf{q}_i)$ représente les différentes équations résultantes des boucles fermées de la structure. $\mathbf{Y}(\mathbf{q}_d, \mathbf{q}_i)$ représente des différentes fonctions issues de la matrice de transformations entre la base et l'organe terminal. \mathbf{q}_d représente les paramètres dépendants de la structure et \mathbf{q}_i représente les paramètres indépendants de la structure. C'est-à-dire les paramètres moteurs dans la structure.

Nous allons calculer la matrice Jacobienne de la structure exprimée sur l'organe terminal. Pour ce faire nous allons dériver le système d'équations 20. La dérivée de la première équation à la forme suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{q}_d} d\mathbf{q}_d + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{q}_i} d\mathbf{q}_i = 0 \quad (21)$$

Si nous posons $\mathbf{J}_d = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{q}_d}$ et $\mathbf{J}_i = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{q}_i}$, nous pouvons obtenir une relation permettant de définir les paramètres dépendants en fonction des paramètres indépendants.

$$d\mathbf{q}_d = \mathbf{J}_d^{-1} \mathbf{J}_i d\mathbf{q}_i \quad (22)$$

Si nous nous occupons de la dérivée de la deuxième expression de l'équation 20, nous obtenons :

$$\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{q}_d} d\mathbf{q}_d + \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{q}_i} d\mathbf{q}_i = d\mathbf{U}_0 \quad (23)$$

Cette équation nous amène à l'équation suivante :

$$d\mathbf{U}_0 = \mathbf{J} d\mathbf{q}_i \quad (24)$$

avec $\mathbf{K}_d = \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{q}_d}$ et $\mathbf{K}_i = \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{q}_i}$

et nous avons finalement :

$$\mathbf{J} = \mathbf{K}_d (\mathbf{J}_d^{-1} \mathbf{J}_i) + \mathbf{K}_i \quad (25)$$

La matrice \mathbf{J} est la matrice Jacobienne du mécanisme calculer au point terminal de l'organe terminal (Celui qui définit \mathbf{U}_0).

L'étude du déterminant de \mathbf{J} permet de calculer les situations où le mécanisme se trouve sur une singularité. Dès que le déterminant de \mathbf{J} devient nul pour des valeurs de \mathbf{q} données, cela veut dire

que le mécanisme rencontre une singularité. A ce moment, le mécanisme peut gagner ou perdre un ou plusieurs degrés de liberté.

Il existe plusieurs types de singularités pour un mécanisme complexe. Une partie de ces singularités permettent de définir la frontière de l'espace de travail. Nous allons donc étudier les variations du déterminant de \mathbf{J} pour calculer l'espace de travail du mécanisme.

3-6.4 Application de la méthode jacobienne

L'étude du transfert de tolérance à l'aide de la matrice Jacobienne du mécanisme devra être effectuée en deux étapes :

- La première consiste à vérifier si le transfert de tolérance est possible. On parlera dans ce cas de consistance du transfert ;
- La seconde consiste à calculer dans le pire des cas l'espace de travail du mécanisme et d'en déduire la forme de la zone neutre après transfert.

Reprenons l'exemple de la pièce de la figure 53. Cette pièce comporte trois alésages. Les deux premiers l'alésage D et l'alésage E, vont servir à la construction du système de référence du troisième alésage G.

3-6.4.1 Etude de la consistance

Avant de calculer la forme de la zone neutre après transfert, il faut d'abord vérifier si le transfert est réalisable. C'est-à-dire qu'il faut vérifier qu'il existera bien une intersection commune entre les différentes configurations de la chaîne cinématique dans le pire des cas.

Le transfert est consistant s'il existe une zone neutre après transfert. Pour ce faire, nous allons étudier l'espace de travail du centre de la zone de tolérance que nous voulons transférer. S'il existe deux points quelconque \mathbf{a} et \mathbf{b} appartenant à cet espace de travail et dont la distance $d(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ est supérieure au diamètre de la zone de tolérance à transférer alors, il n'y aura pas d'intersection entre toutes les zones de tolérances. Car si nous plaçons les deux centres des zones de tolérances en \mathbf{a} et en \mathbf{b} , les deux zones circulaires n'auront pas d'intersection, et donc l'ensemble des positions de zones de tolérances n'aura pas de zone d'intersection commune. Le transfert sera alors inconsistant.

Pour qu'il existe une zone d'intersection il faut donc que l'ensemble des points de l'espace de travail soit à une distance inférieure au diamètre de la zone de tolérance. Il faut donc que l'espace de travail du centre de la zone de tolérance soit inclus dans un disque dont le diamètre est au moins égal au diamètre de la zone de tolérance à transférer.

3-6.4.1.1 Modélisation géométrique de la chaîne de tolérances

Pour modéliser la chaîne de tolérances entre ces trois alésages, nous utilisons la structure suivante :

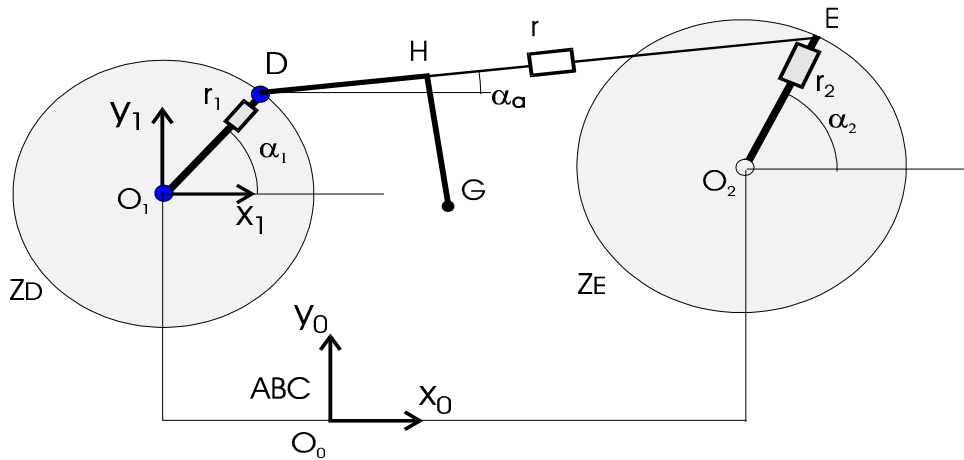


Figure 62 : Structure cinématique

Cette structure est une structure hybride à boucle fermée. Elle permet d'analyser la situation du point G qui représente ici la projection de l'axe G sur le plan A. Les mouvements du point G peuvent être étudiés à partir des paramètres α_1 , α_2 , r_1 et r_2 . On peut aussi ramener l'étude de cette structure aux paramètres α_1 , r_1 et α_a . Dans le pire des cas, on peut ramener cette étude à α_1 et α_2 ou simplement à α_1 et α_a . Quand nous ramenons l'étude au paramètre α_a , il faudra prendre en compte que les valeurs de α_a possibles doivent impérativement permettre la fermeture de la boucle fermée.

Regardons dans un premier temps si le transfert de tolérance est possible. Pour cela, nous écrivons les équations de la boucle fermée dans le pire des cas en fonction des paramètres indépendants α_1 et α_2 . La boucle fermée est décrite par la structure cinématique de la figure 63.

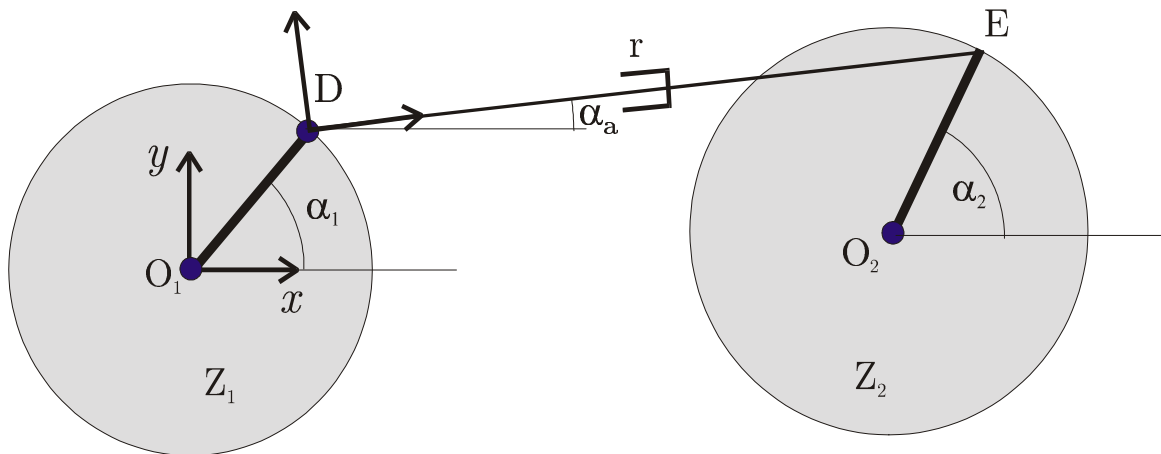


Figure 63 : Structure cinématique de la boucle fermée

Nous pouvons donc écrire les conditions de fermeture de la boucle :

$$t_x = r_1 \cos(\alpha_1) + r \cos(\alpha_a) - r_2 \cos(\alpha_2)$$

$$t_y = r_1 \sin(\alpha_1) + r \sin(\alpha_a) - r_2 \sin(\alpha_2)$$

Où $\overline{O_1O_2} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$, t_x et t_y sont des valeurs constantes obtenues à partir des positions nominales des alésages D et E.

3-6.4.1.2 Modèle cinématique

La dérivation de deux équations précédentes donne le système matriciel suivant :

$$\mathbf{J}_1 \begin{bmatrix} d\alpha_a \\ dr \end{bmatrix} = \mathbf{J}_2 \begin{bmatrix} d\alpha_1 \\ d\alpha_2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Maintenant, nous pouvons ouvrir la boucle pour prendre en compte le mouvement du point G. Pour cela, nous utilisons la structure cinématique de la figure 64.

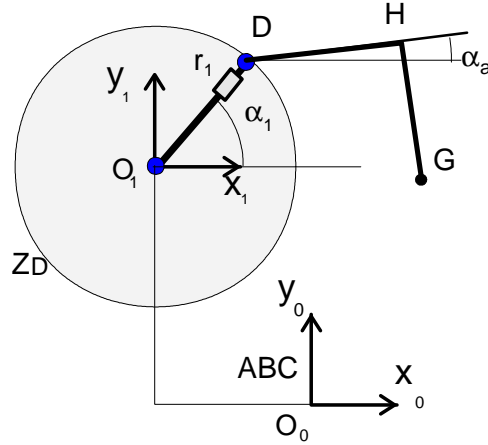


Figure 64 : Structure cinématique de la boucle ouverte

Nous écrivons l'équation du mouvement du point G en sans prendre en compte les paramètres de la boucle fermée.

$$\begin{aligned} x_G &= r_1 \cos(\alpha_1) + DH_x \cos(\alpha_a) - HG_x \sin(\alpha_a) \\ y_G &= r_1 \sin(\alpha_1) + DH_x \sin(\alpha_a) + HG_x \cos(\alpha_a) \end{aligned}$$

La dérivation de ces expressions donne :

$$\begin{bmatrix} dx_G \\ dy_G \end{bmatrix} = \mathbf{J}_d d\alpha_a + \mathbf{J}_i d\alpha_1$$

En combinant cette équation et l'équation (26) nous obtenons la matrice jacobienne du mécanisme au point G :

$$\begin{bmatrix} dx_G \\ dy_G \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} d\alpha_1 \\ d\alpha_2 \end{bmatrix}$$

L'étude du déterminant de cette matrice \mathbf{J} permet de calculer l'espace de travail du point G et de vérifier dans un premier temps la consistance du transfert de tolérance.

3-6.4.2 Espace de travail et condition de la consistance

L'espace de travail du point G est calculé en regardant les singularités du mécanisme. Ces singularités sont données quand le déterminant de la matrice jacobienne s'annule pour des valeurs des q_i . Une des parties de ces singularités forme les limites de l'espace de travail du point G.

Une fois cet espace de travail déterminé, nous pouvons vérifier la consistance du transfert de tolérance. Le transfert sera consistant si l'espace de travail au pire des cas du point G est contenu dans un cercle de diamètre égal au diamètre de la zone de tolérance de l'alésage G.

La figure 65 montre deux calculs différents de l'espace de travail du point G pour des valeurs de r_1 et r_2 différentes. On remarque que pour la figure 65a le transfert est inconsistant car l'espace de travail du point G n'est pas contenu dans le cercle dont le diamètre est égal au diamètre de la troisième zone de tolérance. Par contre, sur la figure 65b nous voyons que l'espace de travail est complètement inclus dans ce cercle. Le transfert est donc consistant.

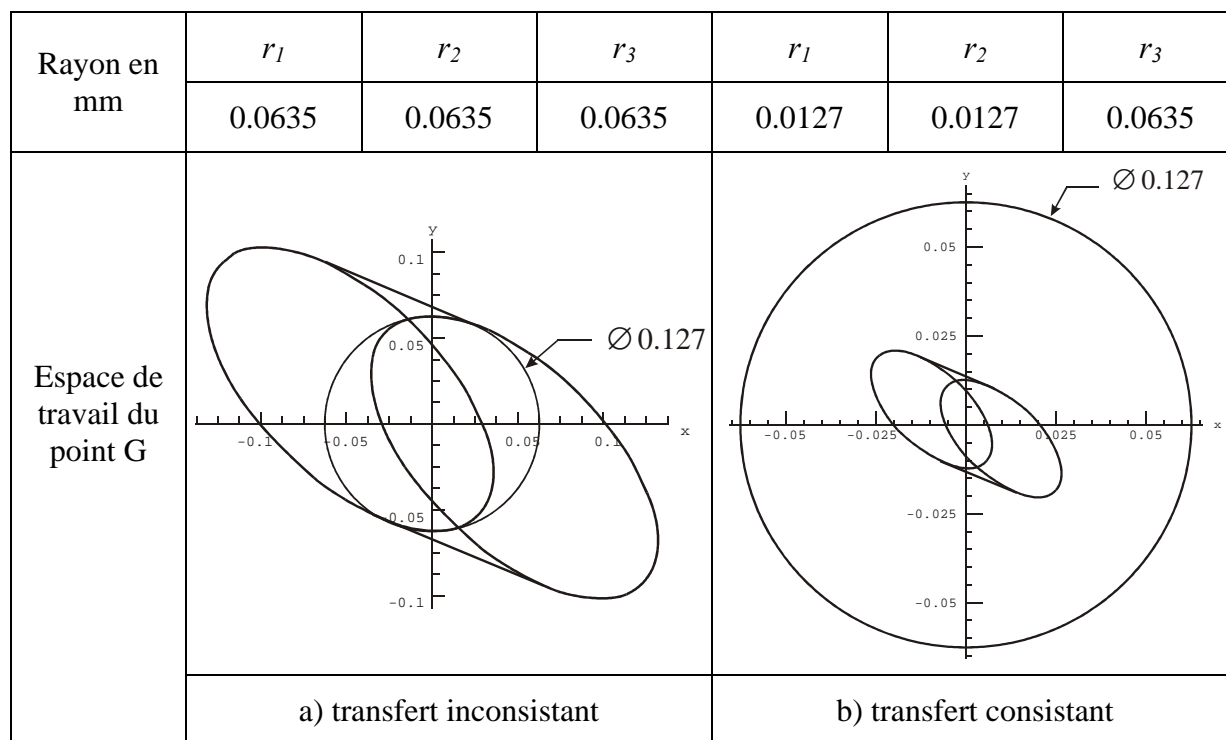


Figure 65 : Etude de la consistance du transfert de tolérances

Nous pouvons ici remarquer que Monsieur Dominique Gaunet était arrivé au même résultat avec l'étude des SATT et des petits déplacements [Gaunet 94]. La figure 66 nous montre l'incertitude de position relative des points de l'axe du cylindre G. Les valeurs utilisées pour la figure 66a sont de 0.127mm pour les trois zones de tolérance (D, E et G); celles de la figure 66b sont de 0.038mm pour les zones de tolérances de D et E et 0.127mm pour la zone de tolérance de G.

Nous remarquons que les frontières obtenues par Monsieur Gaunet ne sont pas exactement les mêmes que celles que nous obtenons. Une explication possible de cette différence est que le

modèle des petits déplacements linéarise les déplacements avant de les prendre en compte alors que nous calculons les déplacements puis nous linéarisons en calculant la matrice jacobienne. Dans le cas présent, le bras de levier entre le référentiel ADE et l'alésage G viens accentuer le mouvement de rotation du référentiel ADE. Monsieur Gaunet obtient donc dans ce cas de plus grands déplacements du centre de l'alésage G et donc il obtient un rayon de zone neutre un peu plus petit.

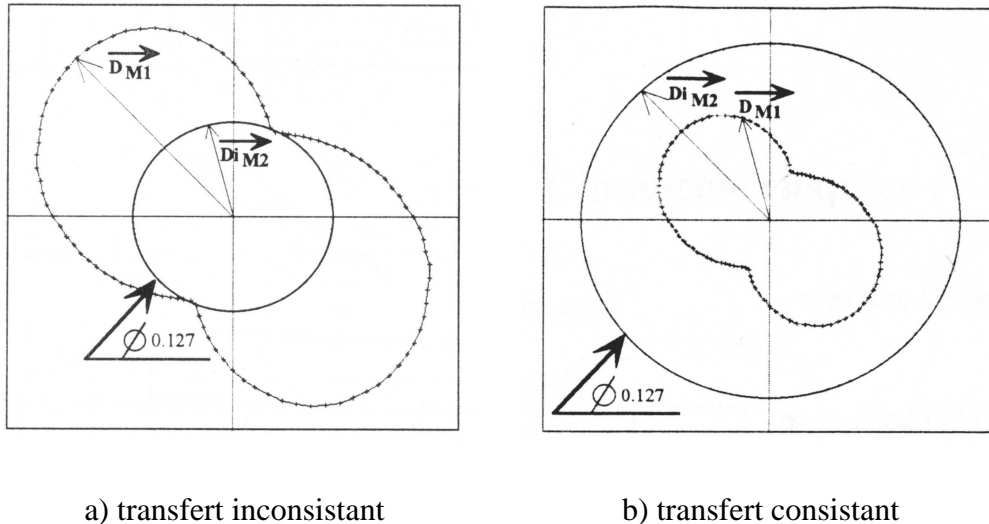


Figure 66 : Incertitudes de position relatives au transfert de cotes [Gaunet 94]

3-6.4.3 Etude du transfert

Une fois que l'on a défini que le transfert était consistant, on peut calculer l'espace de travail de la zone de tolérance dans le pire des cas. Pour cela on rajoute le mécanisme modélisant le balayage de la zone de tolérance. Puis nous recommençons l'étude pour ce mécanisme. Nous obtenons alors l'espace de travail complet du point terminal de la structure cinématique. A partir de ce dernier on peut calculer dans le pire des cas la forme de l'union de toutes les zones de tolérances et la forme de l'intersection. L'union sera donnée par la frontière extérieure de l'espace de travail. L'intersection sera donnée par la frontière intérieure de cet espace.

Pour cela nous modifions la structure cinématique pour prendre en compte la troisième zone de tolérance comme nous le voyons sur la figure 67. On utilise ici les valeurs de r_1 et r_2 pour lesquelles le transfert est consistant.

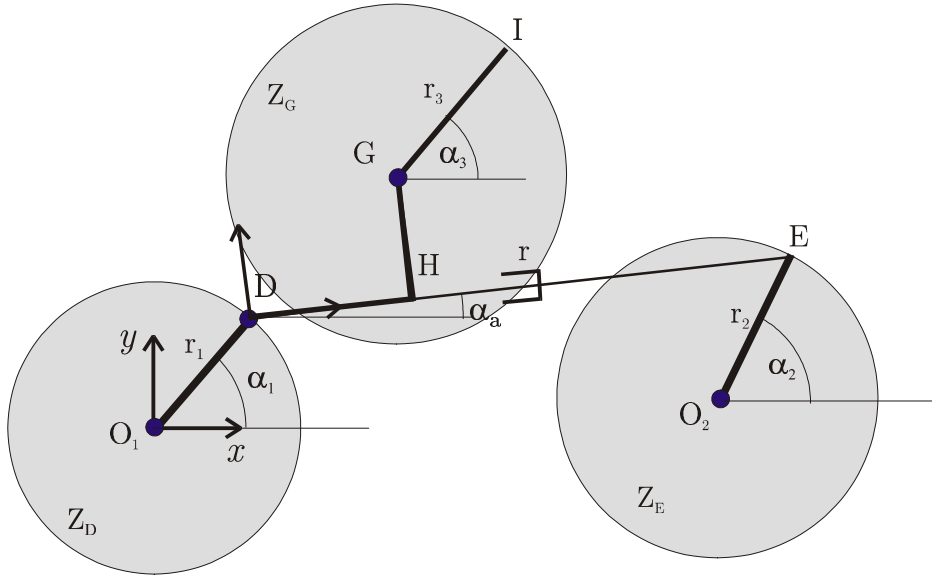


Figure 67 : Structure cinématique complète

Dans ce cas, nous recommençons l'étude de la boucle fermée. Dans ce cas précis, la boucle fermée n'a pas changé nous obtenons alors les mêmes équations que précédemment.

Par contre, le calcul de l'espace de travail n'est plus effectué pour le point G mais pour le point I. Dans ce cas, nous écrivons les équations du mouvement du point I :

$$x_I = r_1 \cos(\alpha_1) + DH_x \cos(\alpha_a) - HG_x \sin(\alpha_a) + r_3 \cos(\alpha_3)$$

$$y_I = r_1 \sin(\alpha_1) + DH_x \sin(\alpha_a) + HG_x \cos(\alpha_a) + r_3 \sin(\alpha_3)$$

En prenant en compte simultanément les équations de la boucle fermée ainsi que les équations du mouvement du point I nous pouvons calculer la matrice jacobienne du point I en fonction des paramètres indépendants $d\alpha_1, d\alpha_2$ et $d\alpha_3$:

$$\begin{bmatrix} dx_I \\ dy_I \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} d\alpha_1 \\ d\alpha_2 \\ d\alpha_3 \end{bmatrix}$$

Maintenant, si nous calculons les valeurs de α_1, α_2 et α_3 pour lesquelles le déterminant de la matrice J s'annule nous obtenons les limites de l'espace de travail du point E au pire des cas. Cet espace de travail est à décomposer en deux parties l'une extérieure que correspond à l'union de l'ensemble des zones de tolérance (en gris foncé sur la figure 68), et une zone intérieure qui correspond à l'intersection des zones de tolérances (en gris clair sur la figure 68). Nous avons vu que puisque le transfert était consistant, cette zone devait exister. La figure 68 nous montre un exemple d'espace de travail du point I pour les valeurs des paramètres de la figure 65b.

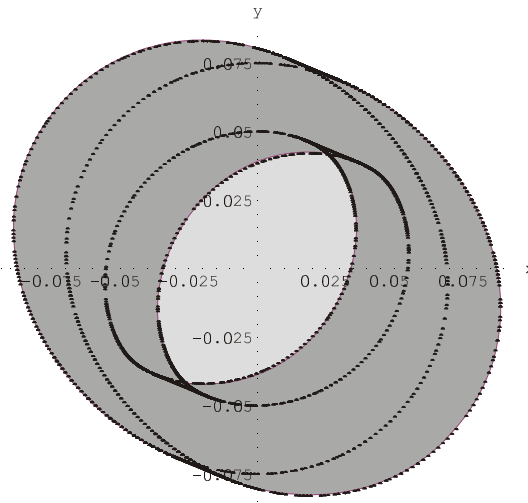


Figure 68 : Espace de travail du point I

Nous remarquons que nous trouvons les mêmes valeurs que pour l'intersection et l'union des zones de tolérances que nous avons calculées avec la méthode analytique dans le cas trois de la table 4 page 106.

3-7 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une formulation de l'analyse de tolérance à l'aide de structures cinématiques. Ces structures permettent de prendre en compte les liens entre les différentes tolérances composant une chaîne de tolérances. L'étude des chaînes de tolérances et utiles pour l'analyse du transfert de tolérance. Nous avons proposé une formulation analytique permettant de calculer dans le pire des cas l'intersection et l'union d'une zone de tolérance en fonction des tolérances antérieures dans la chaîne de tolérances. Cette formulation analytique, très simple, permet de vérifier la possibilité du transfert de tolérance et de calculer le transfert.

L'analogie entre les structures cinématiques que nous avons étudié a été poussée plus loin vers l'étude des mécanismes à l'aide des outils issus de la robotique. Nous avons donc appliqué de tels outils pour étudier les possibilités de mouvements autorisés à la structure cinématique. Ceci nous a permis de définir une deuxième méthode de transfert analytique qui utilise les propriétés de la matrice jacobienne de l'organe terminal pour calculer l'espace de travail de ce dernier. Ceci nous a permis de montrer que l'étude de cet espace nous permettait de vérifier la consistance du transfert et le cas échéant de calculer l'intersection et l'union des zones de tolérances.

Finalement, les deux méthodes que nous avons présentées permettent de calculer de manière automatique le transfert de tolérance dès que la structure cinématique est connue. Nous pouvons remarquer qu'il n'est pas nécessaire de calculer entièrement cette structure cinématique car seul nous importe de connaître les matrices de transformations homogènes entre les différents référentiels. Généralement ces matrices sont calculées par l'étude du mécanisme. Mais elles peuvent aussi être obtenues par toutes autres méthodes et notamment par un expert.

Chapitre 4. Simulation du mouvement du calibre virtuel : Application à la mesure

Sommaire

4-1	Introduction	122
4-2	Méthodes traditionnelles de contrôle.....	123
4-2.1	Contrôle par calibre fonctionnel	123
4-2.2	Méthode graphique de contrôle de pièces (<i>paper gaging</i>).....	125
4-3	Ensemble des situations de l'axe du calibre (ESAC).....	128
4-3.1	Définition et détermination de l'ESAC.....	128
4-3.2	Exemple d'application de l'ESAC.....	131
4-3.3	Calcul de la valeur effective	132
4-4	Vérification des pièces comportant des modificateurs d'état au maximum de matière.....	134
4-4.1	Mesure d'un groupe d'entité avec une orientation constante du référentiel	135
4-4.2	Mesure d'une entité avec orientation variable du référentiel.....	137
4-4.3	Mesure d'un groupe avec orientation variable du référentiel	140
4-5	Conclusion.....	144

4-1 Introduction

L'utilisation des modificateurs d'état en tolérancement est une pratique courante pour la définition d'assemblages. Leur utilisation, bien que simple, implique des effets qui ne sont pas toujours bien compris par le concepteur. Il faut donc l'aider durant l'ensemble du processus de conception. En tout début de la conception, en proposant des outils permettant l'analyse des effets des modificateurs d'état sur les tolérances géométriques, mais aussi en fin de création du produit, proposant des outils d'aide à la vérification de la conformité des pièces fabriquées.

En effet, la vérification de certaines pièces tolérancées, à l'aide de modificateurs d'état au maximum de matière, n'est pas toujours évidente. Généralement, ces pièces peuvent être contrôlées en utilisant des calibres fonctionnels. Mais cette vérification ne donne qu'un résultat binaire. Soit le calibre s'assemble et la pièce est conforme, soit le calibre ne s'assemble pas et dans ce cas la pièce est rejetée. Cette vérification ne donne aucune information qualitative et quantitative sur les entités de la pièce. Elle ne donne pas la valeur effective ou valeur actuelle de la tolérance. Si la pièce est rejetée, nous ne savons pas si ce rejet est dû à la déviation de la dimension de l'entité, de sa position, de son orientation ou d'une combinaison de ces déviations. Cela est gênant lorsque l'on veut suivre, par exemple, l'évolution du procédé qui a permis l'obtention de la pièce, pour éventuellement le corriger. En outre, dans le cas de pièces à forte valeur ajoutée, la non-conformité d'une tolérance peut avoir des répercussions économiques importantes. Il sera nécessaire, dans ce cas, de calculer la valeur de la tolérance non respectée et de vérifier quels paramètres pourraient être modifiés pour qu'un nouvel usinage rende la pièce conforme.

Les méthodes utilisant des calibres fonctionnels ne permettent pas de fournir les informations nécessaires à ce retraitement de la pièce. C'est pourquoi il sera nécessaire de mettre en œuvre d'autres méthodes de vérification. Ceci entraîne à nouveau une perte de temps, et donc d'argent, supplémentaire.

Actuellement, l'arrivée des machines à mesurer tridimensionnelles entraîne une profonde mutation des méthodes de vérification des pièces mécaniques. Ces machines génèrent un nuage de points représentant, soit les centres de la bille de palp, soit les points de la surface mesurée. Ce nuage de points doit alors être associé à des surfaces théoriques de forme parfaite qui représenteront les entités de la pièce.

Après association, nous pouvons récupérer des informations relatives aux positions, orientations et dimensions des entités composant la pièce. Il serait intéressant de simuler le contrôle par calibres fonctionnels à l'aide de calibres virtuels comme l'a présenté Pairel [Pairel 95]. De même, comme l'ont présenté Bourdet, Ballu et Mathieu [Bourdet 94], on peut vérifier la conformité d'une tolérance de localisation directement à partir du nuage de points généré par le centre de la sphère de palp. D'autres travaux utilisent des méthodes d'optimisation pour calculer les positions des entités à partir de leurs surfaces [Etasami 91] ou des axes des cylindres [Lehtihet 91].

Une des grandes difficultés des méthodes de contrôle par calibres virtuels est que la simulation du mouvement du calibre n'est pas toujours évidente, surtout dans le cas du contrôle de groupe d'éléments référencé au maximum de matière relativement à un référentiel comportant lui aussi des modificateurs de référence au maximum de matière. En outre, peu de méthodes permettent de calculer la valeur effective des zones de tolérances.

Nous allons présenter dans ce chapitre une méthode graphique permettant de simuler le contrôle de pièces par calibres virtuels. Cette méthode dite du « *paper gaging* » ou contrôle par des calibres en papier permet de vérifier la conformité de certaines tolérances de localisation comportant des modificateurs d'état au maximum de matière. Malheureusement, cette méthode ne permet pas de calculer directement la valeur effective d'une tolérance de localisation. De plus, cette méthode est mise en défaut lorsque l'orientation du référentiel, contrôlant la tolérance de localisation, possède un degré de rotation libre. Dans la suite, nous allons proposer une méthode permettant le contrôle de telles tolérances de localisation tout en permettant de calculer la valeur effective de la tolérance. Cette méthode pouvant s'appliquer pour le contrôle d'une unique entité comme pour le contrôle d'un groupe composé de plusieurs entités.

4-2 Méthodes traditionnelles de contrôle

Il existe plusieurs techniques de contrôle de pièces comportant des modificateurs d'état au maximum de matière. Néanmoins, l'une des techniques les plus utilisées est le contrôle par calibre fonctionnel. Cette méthode de contrôle consiste à trouver une position et orientation d'assemblage d'un calibre donné dans l'entité à contrôler. Nous allons étudier brièvement comment est effectué ce contrôle par calibre fonctionnel.

4-2.1 Contrôle par calibre fonctionnel

Nous allons étudier le procédé de vérification de la pièce de la figure 69. Observons comment est effectuée la vérification de la tolérance de localisation du diamètre 10 à l'aide de calibres fonctionnels.

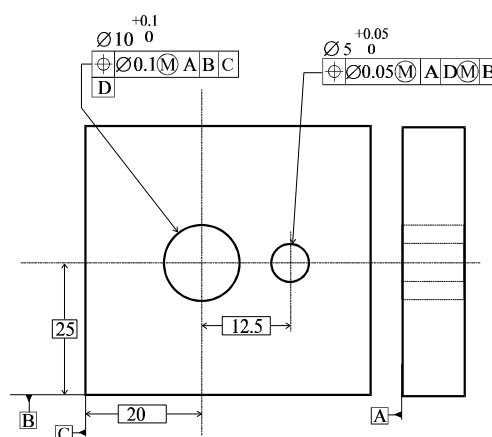


Figure 69 : Exemple d'utilisation d'un modificateur de référence

Le calibre fonctionnel est un cylindre perpendiculaire au plan A, parallèle au plan B et au plan C (figure 70). L'axe de ce cylindre est nominalement positionné et orienté dans le référentiel ABC (simulé par trois plans) c'est-à-dire à 25mm du plan B et 20mm du plan C. Le diamètre de ce cylindre est égal au diamètre de la condition virtuelle de l'alésage, soit 9.9mm. Pour que l'alésage soit conforme, il faut que le calibre s'assemble dans la pièce lorsque cette dernière est positionnée en appui sur les plans simulés A, B et C.

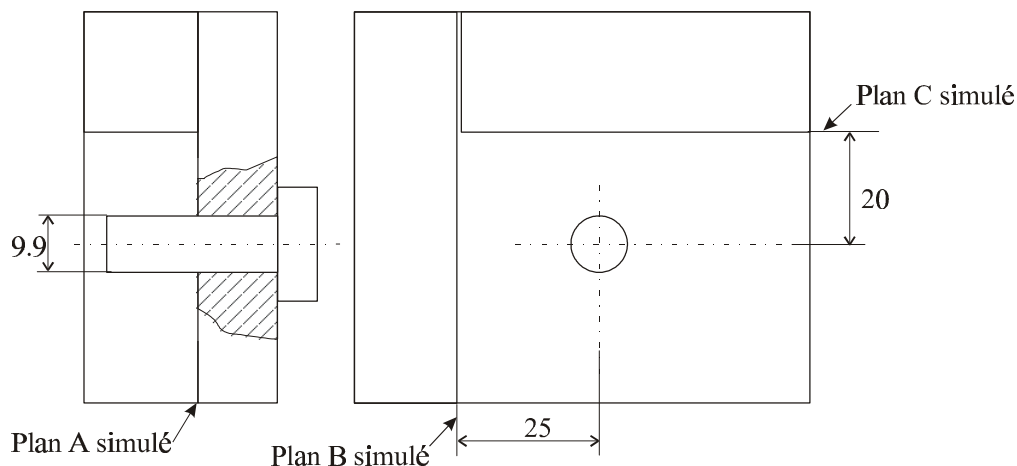


Figure 70 : Calibre fonctionnel pour la localisation de l'alésage D

Le calibre fonctionnel permettant la vérification de la localisation de l'alésage de diamètre 5 est décrit sur la figure 71. Ce calibre comporte deux cylindres :

- Un cylindre diamètre 9.9mm perpendiculaire au plan A qui simule la référence D au maximum de matière.
- Un cylindre de diamètre 4.95mm perpendiculaire au plan A, distant du premier cylindre de 12.5mm et dont la position est telle que le plan passant par l'axe des deux cylindres est parallèle au plan B. Le diamètre de ce cylindre est égal à la condition virtuelle de l'alésage relativement au référentiel ADB.

La localisation de l'alésage de diamètre 5 est conforme si nous pouvons trouver une situation du calibre qui s'assemble avec la pièce réelle.

La vérification par calibres fonctionnels est très simple à mettre en œuvre. Par contre, la réalisation d'un calibre est une opération délicate. Aujourd'hui, on préfère de plus en plus utiliser des machines à mesurer tridimensionnelles pour effectuer la vérification des pièces. Nous allons présenter une méthode graphique de contrôle de tolérances de localisation d'alésages. Ces tolérances peuvent avoir des modificateurs d'application et des modificateurs de référence.

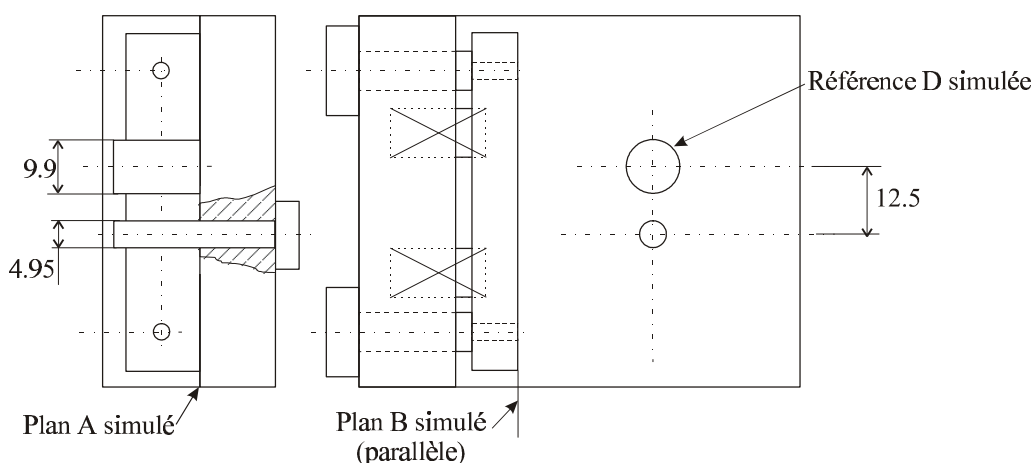


Figure 71 : Calibre fonctionnel pour la localisation de l'alésage de diamètre 5mm

4-2.2 Méthode graphique de contrôle de pièces (*paper gaging*)

Les méthodes graphiques de vérification des pièces tolérancées avec des modificateurs d'état, permettent d'éviter d'utiliser des calibres physiques. Elles sont souvent utilisées pour analyser les résultats des mesures effectuées avec des machines à mesurer tridimensionnelles. Ces méthodes, bien que faciles à mettre en œuvre, ont tout de même quelques inconvénients. En effet, elles ne permettent pas facilement de réaliser la vérification de pièces complexes lorsque le référentiel comporte plusieurs références avec des modificateurs de référence. Car, dans ce cas, le mouvement possible du référentiel n'est pas évident à mettre en œuvre.

Nous allons expliquer ces méthodes de vérification graphique (*paper gaging*) sur un exemple simple, un complément d'informations est disponible dans [Foster 94] et [Meadows 95]. Cet exemple est un peu plus complexe que l'exemple que nous venons de présenter car il montre une application complète de la méthode dans le cas du contrôle des tolérances de localisation d'un groupe d'alésages.

Regardons comment sont utilisées ces méthodes de « calibre en papier » pour la vérification de la pièce de la figure 72. C'est la pièce que nous avons étudiée auparavant à la figure 30. Nous la reproduisons ici pour faciliter la lecture. Nous avons numéroté entre parenthèses sur la figure les quatre alésages.

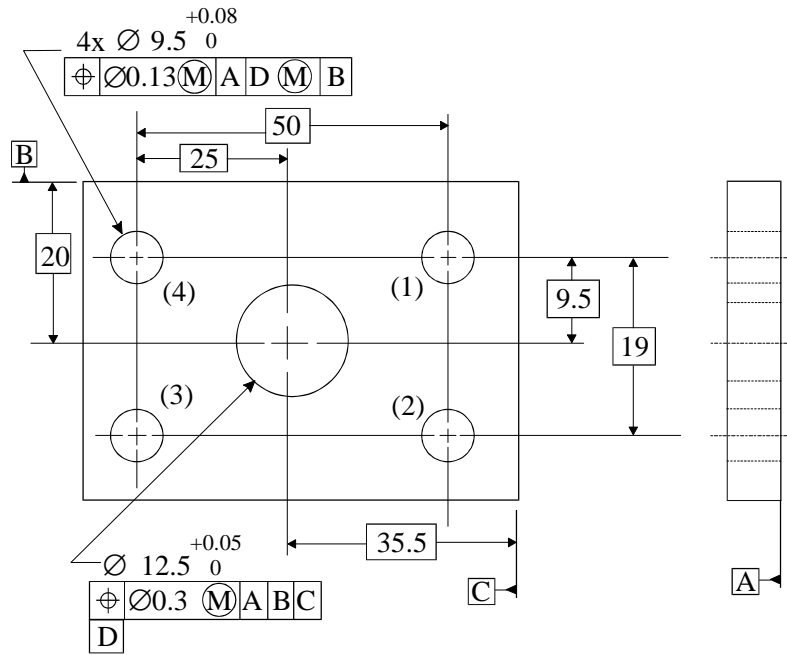


Figure 72 : Groupe d'alésages

La première étape de la procédure de vérification est de mesurer la valeur du diamètre d'assemblage, orienté perpendiculairement au plan A, de chaque alésage de la pièce. Il faut aussi calculer la position de leur centre relativement au référentiel de la machine. Cette position pouvant alors être ramenée dans le référentiel de notre choix, par exemple le référentiel ADB. La référence D est ici considérée comme étant la position actuelle de l'axe de l'alésage D.

La table 5 nous présente les différentes valeurs des positions mesurées des alésages de la pièce ainsi que la valeur t de leur zone de tolérance, augmentées du bonus éventuel dû à l'écart entre leurs dimensions d'assemblage et leurs dimensions au maximum de matière.

Alésage	X	écart	Y	écart	D_{AMO}	Bonus	t_0	t
1	25.064	-0.064	9.553	-0.053	9.563	0.063	0.13	0.193
2	24.916	0.084	9.462	-0.038	9.54	0.04	0.13	0.17
3	24.947	-0.053	9.469	-0.031	9.563	0.063	0.13	0.193
4	24.929	-0.071	9.518	-0.018	9.54	0.04	0.13	0.17
D	0	-	0	-	12.538	0.038	-	-

Table 5 : Valeurs mesurées des alésages dans le référentiel ADB

La tolérance de localisation du groupe comporte un modificateur de référence sur l'axe D. Ce qui veut dire que la référence D peut flotter dans une zone de diamètre égale à la différence entre son

état au maximum de matière et sa dimension d'assemblage orientée actuelle, soit dans le cas présent 0.038mm.

La seconde étape de la méthode du calibre en papier consiste à reproduire, sur un papier, les écarts de position relatifs des quatre alésages par rapport à la position de l'alésage D, comme le montre la figure 73.

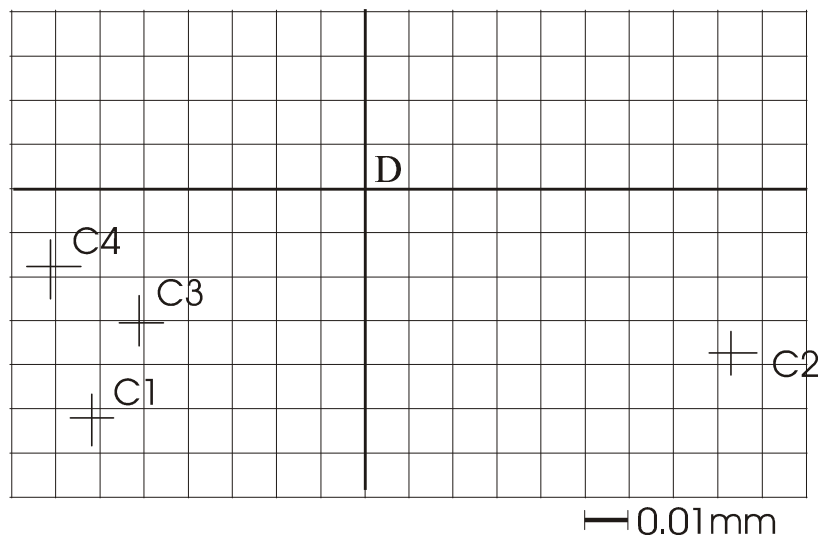


Figure 73 : Position des alésages relativement au référentiel ADB

Puis, nous dessinons sur un transparent des cercles concentriques qui représentent les zones de tolérance où doivent se trouver les alésages. Dans notre cas, nous dessinons une zone de diamètre 0.193mm pour les alésages 1 et 3 et une zone de diamètre 0.17 pour les alésages 2 et 4 (figure 74).

Finalement, nous faisons bouger le transparent, en translation seulement, pour essayer de trouver une position de celui-ci telle que le centre des cercles se trouve dans la zone de diamètre 0.038mm autour de l'alésage D et que les positions des alésages soient situées dans leur cercle respectif (figure 75). On vient ainsi de simuler le mouvement d'un calibre fonctionnel qui aurait contrôlé les quatre alésages simultanément.

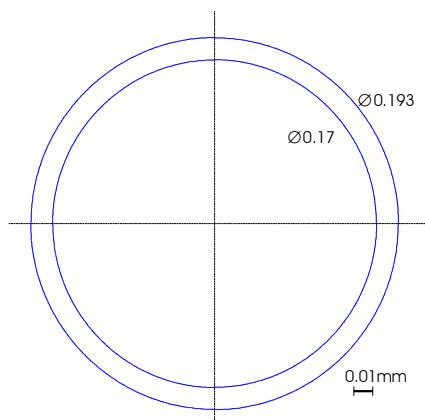


Figure 74 : Dessin sur un transparent des zones de tolérance

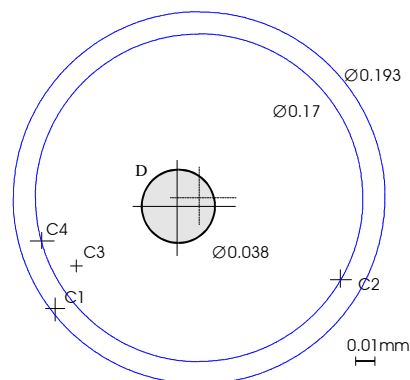


Figure 75 : Vérification par le calibre en papier

La méthode des calibres papiers est assez limitée car elle ne permet pas facilement de trouver la valeur effective (ou valeur actuelle) du groupe. Il faut pour cela utiliser des méthodes mathématiques comme, par exemple, celle présentée par Lehtihet [Lehtihet 91]. En outre, dans le cas où le système de référence comporte plus d'une référence avec un modificateur de référence, la méthode du calibre papier n'est plus adaptée car elle ne permet pas facilement de simuler les mouvements du calibre de contrôle. C'est pourquoi, nous proposerons maintenant une méthode permettant le contrôle de telles pièces.

On retrouve également une méthode utilisant les intersections des cercles, deux à deux, dans le cadre d'une application simple [Jackman 94].

4-3 Ensemble des situations de l'axe du calibre (ESAC)

Pour vérifier la conformité de l'assemblage entre la pièce réelle et le calibre, il est nécessaire que l'on connaisse l'ensemble des situations que pourra prendre le calibre dans la pièce réelle. L'ensemble des situations des axes d'un calibre d'une dimension donnée dans un alésage sera appelé ESAC ou ACAS en anglais (*Actual Candidate Axis Set*). Cet ensemble représente les situations de l'axe du calibre pour lesquelles ce calibre se trouve assemblé sans interférence avec la pièce réelle. Le calibre est contraint en orientation par les entités composant le système de référence.

4-3.1 Définition et détermination de l'ESAC

La détermination de l'ESAC peut être effectuée, soit dans l'espace euclidien si l'orientation de l'axe du calibre est constante, soit dans un espace paramétrique si cette orientation est variable. La définition de cet espace peut être rapprochée de celle de l'espace jeu définie par Giordano [Giordano 92, Giordano 97].

Dans le cas où la référence primaire est plane, la détermination de l'ESAC est simple. Dans la suite, nous ne traiterons que ce cas mais une extension est possible dans les cas tridimensionnels.

Nous pouvons modéliser un alésage réel perpendiculaire à un plan A par un cylindre de diamètre D_{AM} faisant un angle θ avec l'axe z, normal au plan A. (figure 76). Si nous projetons cet alésage sur le plan A selon une direction perpendiculaire à ce plan, nous obtenons deux ellipses représentant les deux extrémités du cylindre de l'alésage. Sur la figure 77, nous avons représenté ces deux ellipses.

L'assemblage du calibre de diamètre D_{CV} perpendiculairement au plan A ne pourra se faire que dans la zone où il n'y a pas de matière c'est-à-dire dans l'intersection des deux ellipses.

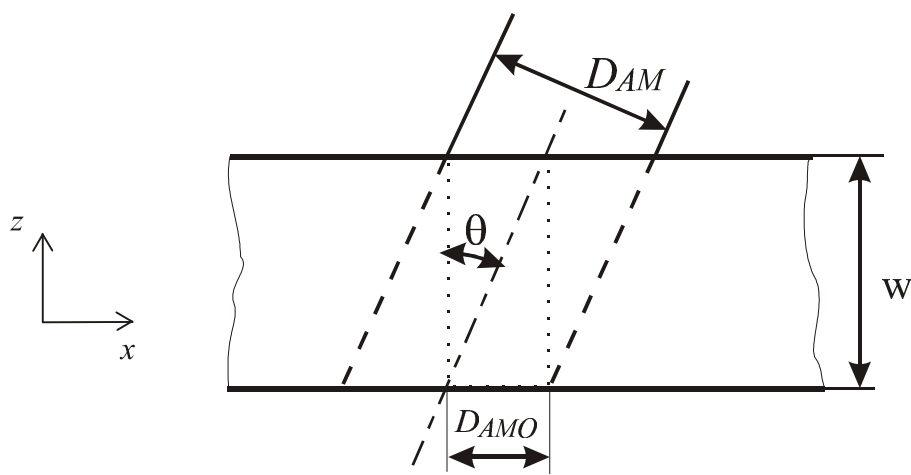


Figure 76 : Modélisation d'un alésage

Nous avons représenté en trait fort la limite du mouvement de l'axe du calibre dans la zone intérieure de l'alésage D. Cette limite est obtenue par un décalage (*offset*) de la limite intérieure des deux ellipses. La valeur de ce décalage est égale au rayon de la condition virtuelle de l'alésage D au maximum de matière.

L'axe du calibre pourra donc flotter à l'intérieur de cette zone limite, mais il devra rester perpendiculaire au plan A. Cette zone limite est l'ESAC car elle représente l'ensemble des positions de l'axe du calibre assemblé, perpendiculairement à la référence primaire, dans l'alésage réel D. Cette zone est la limite de la position des axes des calibres permettant de réaliser un référentiel candidat ADB (figure 77).

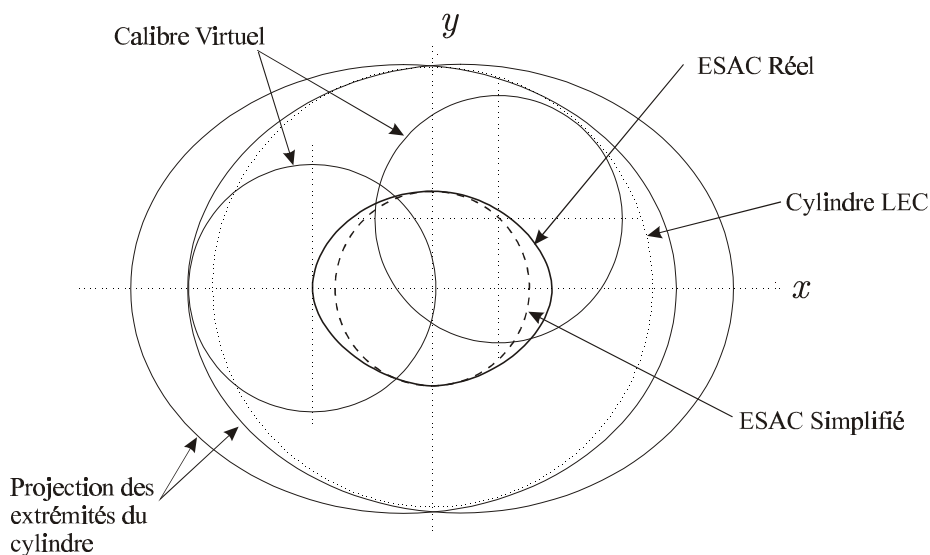


Figure 77 : Définition de l'ESAC d'un alésage

Nous avons repris la définition des deux ellipses dans [Srinivasan 89]. Le calcul des paramètres des ellipses en coordonnées paramétriques est de la forme suivante :

$$\begin{cases} x = \frac{D_{AM}}{2 \cos(\theta)} \cos(\phi) \\ y = \frac{D_{AM}}{2} \sin(\phi) \end{cases} \quad (27)$$

Où $\phi \in [0, 2\pi]$, est l'angle de parcours de l'ellipse mesuré par rapport à l'axe x.

Etant donné que l'ESAC obtenu par un décalage de l'ellipse par le rayon du calibre virtuel, la courbe paramétrique de l'ESAC peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} x = \left[\frac{D_{AM} - D_{CV} \cos(\theta)}{2 \cos(\theta)} \right] \cos(\phi) - \frac{w}{2} \tan(\theta) \\ y = \frac{D_{AM} - D_{CV}}{2} \sin(\phi) \end{cases} \quad \text{pour } \phi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \quad (28)$$

$$\begin{cases} x = \left[\frac{D_{AM} - D_{CV} \cos(\theta)}{2 \cos(\theta)} \right] \cos(\phi) + \frac{w}{2} \tan(\theta) \\ y = \frac{D_{AM} - D_{CV}}{2} \sin(\phi) \end{cases} \quad \text{pour } \phi \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$$

Généralement, les défauts de géométrie des pièces que nous traiterons sont faibles par rapport aux dimensions de l'alésage et notamment à sa hauteur. C'est pourquoi, nous pourrions utiliser le cylindre D_{AMO} qui est le plus grand cylindre perpendiculaire au plan A et inscrit dans l'alésage réel au lieu de calculer le décalage des deux ellipses, comme nous le voyons sur les figures 77 et 78.

Cet ESAC simplifié est obtenu par un décalage intérieur de ce cylindre D_{AMO} c'est donc un cylindre dont la dimension T_Z est :

$$T_Z = D_{AMO} - D_{MMC} + t_0 \quad (29)$$

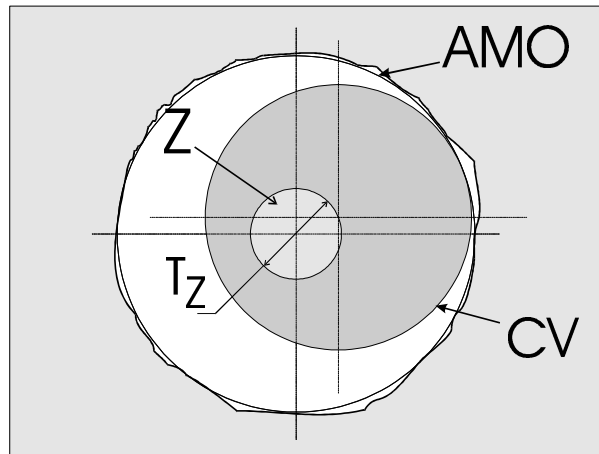


Figure 78 : Calcul de l'ESAC à partir d'un cylindre orienté inscrit

Dans tous les exemples qui suivent, nous utilisons cette définition de l'ESAC simplifié, afin de faciliter la compréhension et les explications. En effet, dans ce cas l'ESAC est un cercle et non plus des portions d'ellipses.

4-3.2 Exemple d'application de l'ESAC

Nous allons maintenant utiliser les ESAC des alésages pour calculer la conformité d'une pièce à une tolérance de localisation au maximum de matière.

Reprenons la pièce de la figure 69. Le calibre fonctionnel qui doit vérifier la validité de l'alésage de diamètre 5mm est constitué de deux parties :

La première partie sert à simuler la référence D. Elle est composée d'un cylindre de diamètre 9.9mm assemblé dans l'alésage réel D perpendiculairement au plan A.

La deuxième partie est un cylindre de diamètre 4.95mm qui doit s'assembler dans l'alésage réel de diamètre 5mm perpendiculairement au plan A. L'orientation de ce calibre est définie par le plan B. La distance séparant les deux cylindres est de 12.5mm.

D_{MMC}	D_{AMO}	Position dans le référentiel AB	
		X	y
10	10.085	0	0
5	5.04	12.4	0.05

Table 6 : Une réalisation possible de la pièce de la figure 69

Vérifions si la pièce est conforme aux spécifications présentées sur la figure 69. La table 6 présente les valeurs des positions et diamètres des cylindres perpendiculaires au plan A et tangents au coté extérieur de la matière, relativement au référentiel ADB.

Nous allons calculer les ESAC de chaque partie du calibre indépendamment.

L'ESAC de l'alésage D est perpendiculaire au plan A et a un diamètre de :

$$10.08 - 9.9 = 0.185\text{mm}$$

L'ESAC du deuxième alésage à un diamètre de :

$$5.04 - 4.95 = 0.09\text{mm}$$

La position de l'axe de l'ESAC du deuxième alésage est à 12.4mm, selon l'axe x (parallèle au plan B) et à 0.05mm, selon l'axe y du référentiel ADB (perpendiculaire au plan B), de l'axe actuel de l'alésage D.

La pièce sera conforme s'il existe une position du calibre qui s'assemble dans les deux alésages en même temps. C'est-à-dire si pour chaque position d'un axe perpendiculaire au plan A et dans l'ESAC de l'alésage D, on peut trouver un point distant de 12.5mm parallèlement au plan B et se trouvant dans l'ESAC du deuxième alésage (figure 79).

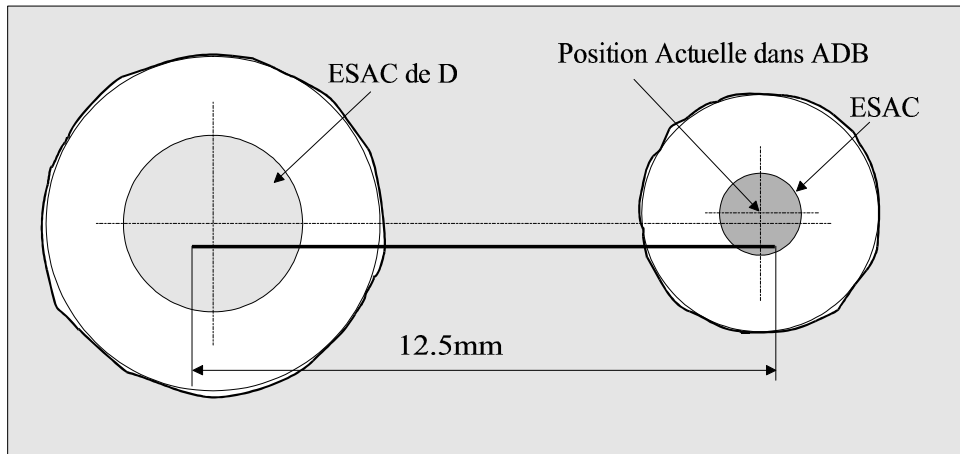


Figure 79 : Vérification de la conformité à l'aide des ESAC

Si nous représentons sur la même figure, la distance relative entre les deux ESAC, c'est-à-dire en décalant le deuxième ESAC de -12.5mm relativement à sa position dans le référentiel ADB comme le montre la figure 80. Le fait de décaler le deuxième ESAC revient à le calculer dans l'espace des configurations du calibre. Sur cette figure, un point dans l'ESAC de l'alésage D représente l'extrémité du calibre. Mais ce même point représente aussi l'autre extrémité du calibre dans le deuxième ESAC.

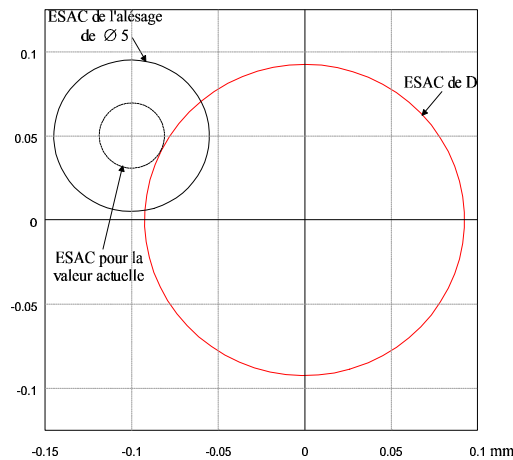


Figure 80 : Intersection des ESAC

L'intersection entre les deux ESAC exprimés dans l'espace des configurations du calibre représente l'ensemble des configurations pour lesquelles le calibre s'assemble dans les deux alésages perpendiculairement au plan A. Dans le cas présent, on remarque qu'il existe une intersection entre ces deux zones, la pièce est donc conforme.

4-3.3 Calcul de la valeur effective

La dimension de l'ESAC du deuxième alésage dépend d'une part du diamètre d'assemblage orienté de l'alésage réel et d'autre part de la dimension de la condition virtuelle au maximum de matière de l'alésage, cette dimension dépend donc de la taille de la zone de tolérance t_0 . Si la

valeur de t_0 change, la dimension de l'ESAC change elle aussi. La valeur effective de la tolérance de localisation est donnée par la plus petite valeur de t_0 pour laquelle l'alésage reste conforme aux spécifications de la tolérance de localisation

Dans le cas présent, si nous diminuons la valeur de t_0 jusqu'à ce que nous obtenions qu'un seul point d'intersection entre les deux ESAC, nous trouvons une valeur de t_0 de -0.0014mm. En effet, pour cette valeur de t_0 , l'ESAC de l'alésage de diamètre 5mm a une valeur de $5.04 - 5 - 0.0014 = 0.0386$ mm. Le diamètre de l'ESAC de l'alésage D est de 0.185mm. La distance entre les centres des deux ESAC est de 0.118mm. Observons alors que la zone des deux diamètres des ESAC est égale au double de la distance séparant les deux ESAC. L'intersection entre les deux ESAC est donc un point unique.

Nous remarquons ici que la valeur effective de l'alésage est négative. Ceci est dû au fait qu'une portion du bonus, obtenue quand le diamètre de l'alésage s'est écartée de la condition au maximum de matière, n'a pas été utilisée. En effet, dans le cas présent, si t_0 est nulle, il existe déjà une intersection entre les ESAC des alésages.

Nous n'avons pas trouver dans la littérature d'article sur une valeur effective négative d'une tolérance de localisation. Seul un paragraphe de la norme ASME [ASME 94b] parle de cette valeur.

Nous pouvons calculer la valeur effective de la tolérance de localisation en diminuant simultanément, pour chaque ESAC des alésages à contrôler, la valeur de t_0 . On trouve ainsi la valeur limite de t_0 pour laquelle la pièce est conforme. Cette valeur de t_0 correspond à la valeur effective de la tolérance à contrôler.

Nous avons identifié trois cas génériques pour le calcul de la valeur effective de la tolérance de localisation :

- L'ESAC calculé pour $t_0=0$ est complètement à l'extérieur de l'ESAC de l'origine du calibre (figure 81). Dans ce cas, la valeur de la tolérance de localisation de l'entité est positive.

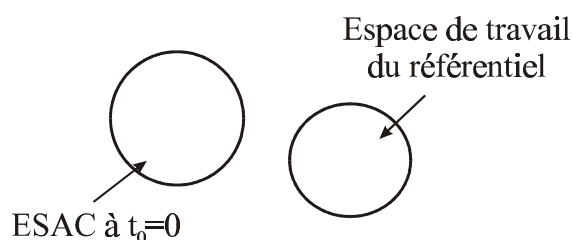


Figure 81 : Non intersection des deux ensembles

- L'ESAC calculé pour $t_0=0$ intersecte partiellement l'ESAC de l'origine du calibre (figure 82). Dans ce cas, cela veut dire que la valeur effective de la tolérance de localisation de l'entité est négative. En diminuant la valeur de t_0 , nous pouvons trouver la valeur limite pour laquelle nous n'avons qu'un seul point d'intersection entre les deux ensembles.

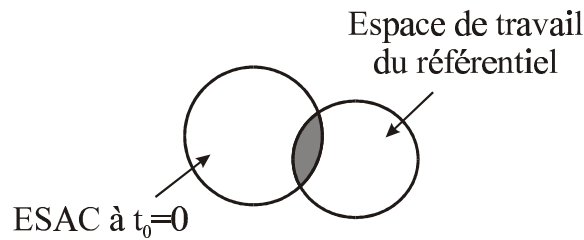


Figure 82 : Intersection partielle des ensembles

- L'ESAC calculé pour $t_0=0$ est complètement inclus dans l'ESAC de l'origine du calibre (figure 83), où l'ESAC de l'origine du calibre est complètement inclus dans l'ESAC calculé pour $t_0=0$ (figure 84). La valeur de la tolérance de localisation est alors négative. Dans les deux cas, on peut diminuer la valeur de t_0 pour trouver un unique point d'intersection entre les deux ESAC.

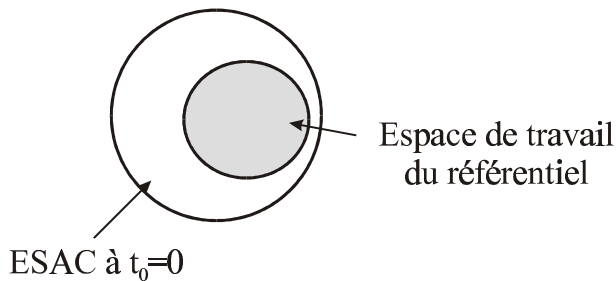


Figure 83 : Inclusion de l'espace de travail du référentiel dans l'ESAC

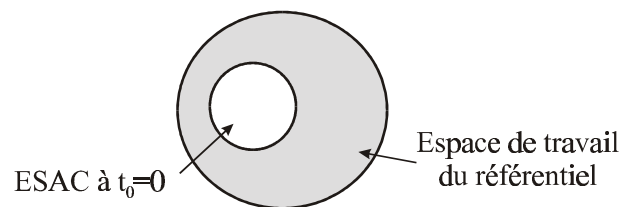


Figure 84 : Inclusion de l'ESAC dans l'espace de travail du référentiel

Ce calcul de la valeur effective peut être effectué aussi bien pour une unique entité, comme nous venons de le voir, mais aussi sur un groupe d'entités en diminuant simultanément la valeur de t_0 pour chaque élément de ce groupe. La valeur limite de t_0 qui rend le groupe non conforme sera la valeur effective du groupe.

4-4 Vérification des pièces comportant des modificateurs d'état au maximum de matière

Nous avons vu dans l'exemple précédent que nous pouvons proposer une méthode permettant de vérifier la conformité d'une pièce comportant des tolérances de localisations appliquées sur des axes de cylindres. Cette méthode part du découplage entre les deux extrémités du calibre. Elle peut se résumer de la manière suivante :

i) Calculer les ESAC des références de la tolérance à contrôler.

- Si la référence ne comporte pas de modificateurs de référence au maximum de matière, alors son ESAC se résume à un point : la position actuelle de l'axe de l'alésage.

- Sinon, c'est une zone dont la position est donnée par la position actuelle de l'axe de l'alésage et dont la forme est donnée par l'équation 28, ou pour simplifier c'est un cylindre dont le diamètre est donné par l'équation 29.
- ii) Calculer l'espace des configurations du système de référence du calibre en fonction des valeurs des ESAC des références le composant. Cet espace correspond à l'ensemble des situations que peut prendre un calibre de contrôle pour vérifier la conformité de la pièce. Comme nous le verrons dans la suite, cet espace peut se limiter seulement à un point ou être plus complexe et nécessiter une représentation dans un espace paramétrique.
 - iii) Calculer les transformations constantes T entre l'axe origine du calibre et l'axe extrémité du calibre.
 - iv) Calculer l'ensemble des ESAC des éléments à contrôler et leur faire subir la transformation inverse T^{-1} pour les ramener dans l'espace de configuration du système de référence.
 - v) Calculer l'intersection entre les ESAC des références et les ESAC des alésages à contrôler. Cette intersection correspond à l'ensemble des configurations du calibre pour lesquelles la pièce est conforme aux spécifications. Cela représente donc l'ensemble des référentiels candidats pour lesquels la pièce est conforme.

Nous allons présenter les différents cas possibles de vérifications des tolérances de localisation, suivant que la pièce comporte des référentiels fixes ou pas et suivant les variations possibles de l'orientation du référentiel.

4-4.1 Mesure d'un groupe d'entité avec une orientation constante du référentiel

Nous allons appliquer la méthode de vérification pour la pièce utilisée pour la vérification par calibre papier (figure 72). La table 5 nous donne les valeurs des différents paramètres des entités d'une pièce réelle.

Comme nous l'avons vu, cette pièce comporte 5 alésages. Le premier alésage de diamètre 12.5 au maximum de matière est localisé par une tolérance de localisation au maximum de matière relativement aux plans A, B et C. Cette tolérance de localisation définit donc une zone de tolérance perpendiculaire au plan A, parallèle au plan B à une distance de 20mm et parallèle au plan C à une distance de 35.5mm. Le diamètre de cette zone cylindrique est de 0.03mm lorsque la dimension d'assemblage de l'alésage est la condition au maximum de matière. Mais elle peut augmenter si cette dimension d'assemblage s'écarte de cette condition au maximum de matière.

Cet alésage comporte aussi une tolérance de perpendicularité au maximum de matière relativement au plan A. Cette tolérance définit une zone cylindrique perpendiculaire au plan A, de diamètre 0.08mm au maximum de matière. L'alésage D doit respecter ces deux spécifications simultanément.

La pièce comporte aussi un groupe de quatre alésages localisés relativement au référentiel ADB. Ce système de référence est construit comme ceci :

- Le plan A définit l'orientation du référentiel.
- L'axe du cylindre D, perpendiculaire au plan A, définit l'origine du référentiel.
- Le plan B limite l'orientation du référentiel autour de l'axe de D.

Etant donné que la référence D comporte un modificateur de référence au maximum de matière, l'axe qui sert de référence, pour le référentiel, est l'axe du cylindre perpendiculaire au plan A dont le diamètre est égal à la condition virtuelle de l'alésage D relativement au plan A. Mais D possède deux conditions virtuelles. L'une est donnée par la tolérance de localisation et l'autre est donnée par la tolérance de perpendicularité. La tolérance de perpendicularité est la plus contraignante, c'est donc elle, qui va définir la condition virtuelle de la référence D. Etant donné que l'orientation du calibre est fixée par le plan B, l'espace de configuration du calibre se résume à l'ESAC de l'alésage D.

Maintenant calculons les ESAC de chaque alésage du groupe, et appliquons la transformation T^{-1} à chacun de ces ESAC permettant de les projeter dans l'espace des configurations du calibre. La figure 85 représente l'ensemble des ESAC exprimés dans l'espace de configuration du calibre. On voit bien sur cette figure, l'intersection entre les quatre ESAC des alésages du groupe, et l'ESAC de l'alésage D. Cette intersection correspond à l'ensemble des configurations pour lesquelles le calibre s'assemble dans les alésages du groupe, c'est-à-dire l'ensemble des situations conformes.

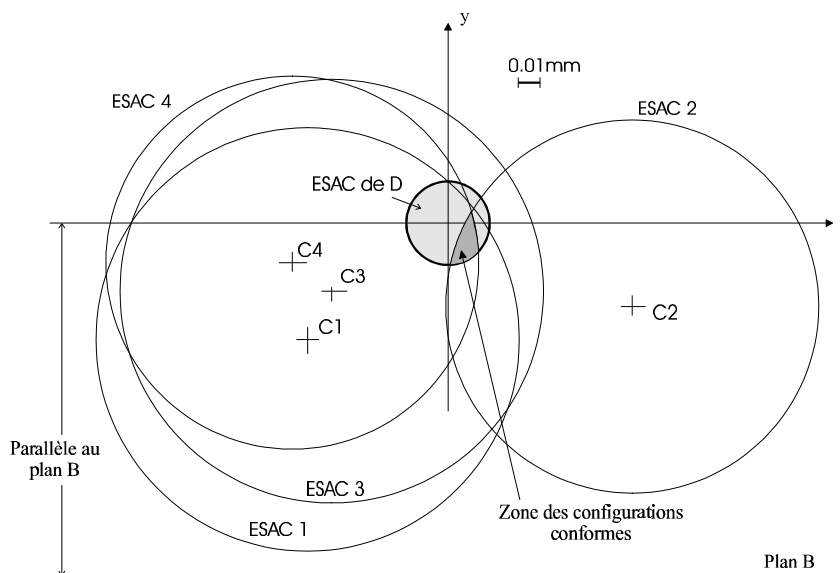


Figure 85 : Intersection des ESAC dans l'espace des configurations

En faisant diminuer progressivement la valeur effective simultanément pour les ESAC du groupe, on arrive à une situation limite où seule une unique configuration du calibre permet l'assemblage des alésages avec ce calibre comme le montre la figure 86. C'est la valeur de t_0

pour cette configuration qui donne la valeur effective de la tolérance de localisation du groupe. Dans le cas présent, cette valeur est de 0.117mm.

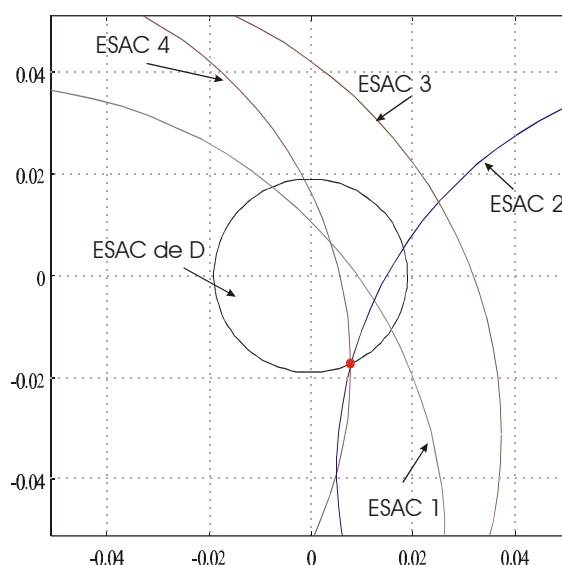


Figure 86 : Configuration limite de conformité

Si nous avons simplement calculé les intersections globales des ESAC sans tenir compte des mouvements permis au référentiel, nous aurions trouvé une valeur de t_0 plus petite :

$$t_0 = 0.1162\text{mm}$$

Nous pouvons aussi calculer le plus petit bonus nécessaire au calibre pour qu'il rende la pièce conforme. Pour cela, nous faisons varier le diamètre de l'ESAC de D jusqu'à obtenir un seul point d'intersection commun. Dans notre cas, il faut alors que la zone de mouvement du référentiel soit d'au moins 0.0144mm pour que l'on puisse obtenir une intersection commune entre les différents ESAC des alésages du groupe. Le cas que nous venons de traiter est exactement celui que Foster a présenté dans [Foster 94]. Nous retrouvons exactement les mêmes résultats. Mais nous n'avons pas besoin de mettre en œuvre d'autres optimisations sur les mouvements du calibre pour obtenir la valeur effective de la tolérance de localisation. Cette méthode, dans ce cas, est une extension de la méthode des calibres en papiers. Regardons maintenant ce qui se passe quand l'orientation du calibre peut varier.

4-4.2 Mesure d'une entité avec orientation variable du référentiel

Le calibre de la pièce que nous venons de contrôler avait une orientation imposée par le plan B. Les seuls mouvements possibles de ce dernier se résument à des translations parallèlement au plan B. Il n'y avait aucune rotation propre du calibre autour de l'axe normal au plan A. Regardons maintenant comment effectuer la vérification de pièce dont le calibre de contrôle peut avoir des rotations propres.

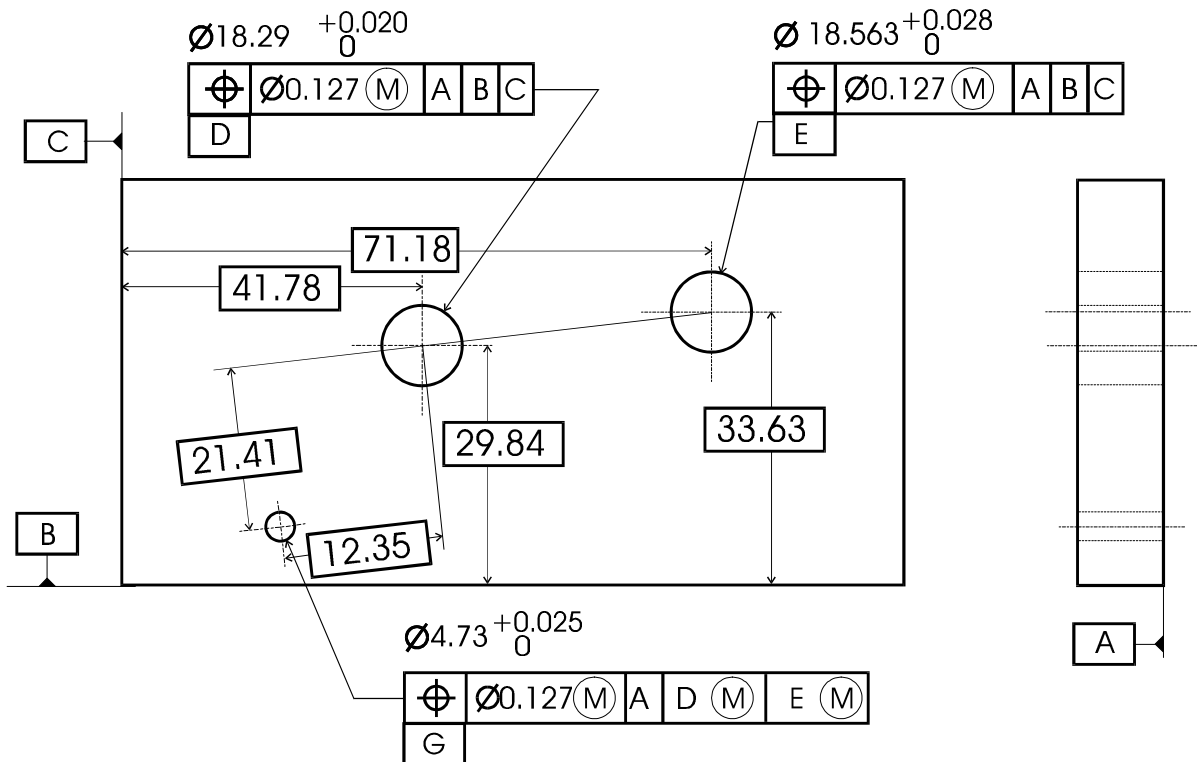


Figure 87 : Dessin de définition

Étudions la pièce de la figure 87. Cette pièce comporte trois alésages. Le premier alésage D est localisé au maximum de matière, relativement au plan A, au plan B et au plan C. Le deuxième alésage E est aussi localisé par une tolérance de localisation au maximum de matière relativement au plan A, au plan B et au Plan C. Ces deux alésages servent à définir la localisation du troisième alésage E. Ce dernier est localisé par une tolérance de localisation relativement au plan A, à l'alésage D au maximum de matière, et à l'alésage E au maximum de matière. Suivant la dimension d'assemblage orientée de l'alésage D et E, nous pouvons calculer les ESAC de ces deux alésages et calculer l'espace des configurations du calibre.

Normalement, nous devrions projeter l'ESAC de l'alésage E dans l'espace des configurations. Mais au lieu de faire cela, comme nous avons déjà calculé l'espace des configurations du calibre, nous pouvons aussi calculer l'espace de travail de l'extrémité du calibre qui doit s'assembler dans l'alésage G mais sans pour autant prendre en compte les interactions entre le calibre et l'alésage G. Pour calculer cet espace de travail, nous pouvons utiliser la méthode jacobienne présentée au chapitre précédent.

Nous avons donc :

- L'ensemble des positions de l'axe d'un calibre devant vérifier la conformité de l'alésage G. Cet ensemble est donné par l'espace de travail du point G.
- L'ensemble des situations d'un calibre à l'intérieur de l'alésage G, donné par l'ESAC de G. La dimension de ce calibre étant égale à la condition virtuelle de l'alésage G.

L'intersection de ces deux ensembles nous donne donc l'ensemble des calibres pouvant s'assembler avec l'alésage réel G, en fonction de l'état des références D et E.

Si cet ensemble est non vide, cela veut dire que l'alésage G est conforme aux spécifications.

Comme précédemment, nous pouvons calculer la valeur effective de l'alésage G en faisant varier la valeur de t_0 et donc en changeant la valeur de l'ESAC de l'alésage G. La plus petite valeur limite de t_0 où l'alésage reste conforme nous donne la valeur effective.

Exemple :

Alésage	D_{AMO}	Position dans ABC		T_Z
		x	y	
D	18.30	41.70	29.85	0.137
E	18.75	21.25	33.65	0.139
G	4.75	32.45	7	0.174

Table 7 : Données réelles d'une réalisation de la pièce de la figure 87.

La table 7 nous donne les différentes valeurs des diamètres des alésages ainsi que leur position dans le référentiel ABC.

Le diamètre de l'ESAC de l'alésage D est de :

$$18.30 - 18.29 + 0.127 = 0.137 \text{ mm}$$

Le diamètre de l'ESAC de l'alésage E est de :

$$18.575 - 18.563 + 0.127 = 0.139 \text{ mm}$$

Chaque ESAC est positionné relativement à la position effective de l'alésage dans le référentiel ABC.

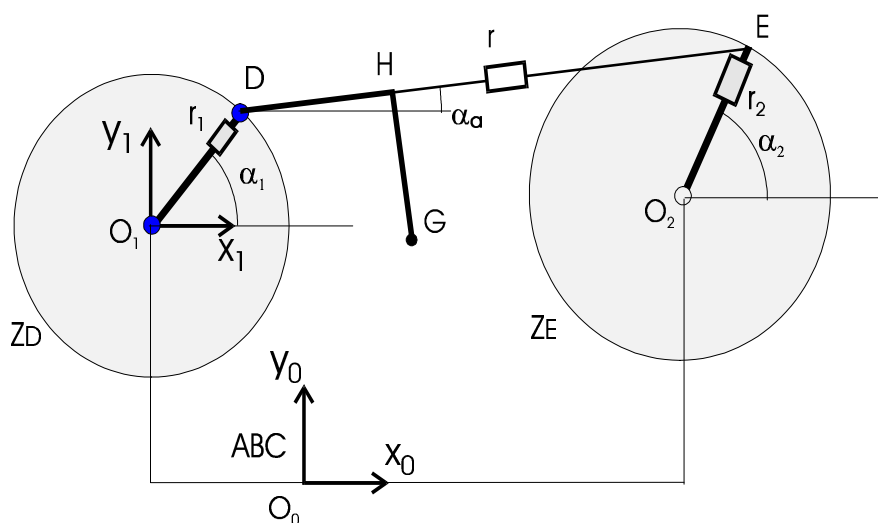


Figure 88 : Structure cinématique modélisant le calibre de contrôle

La structure cinématique de la figure 88 nous permet de calculer l'espace de travail de l'extrémité du calibre. Nous avons représenté cet espace de travail sur la figure 89.

Le diamètre de l'ESAC de l'alésage G est de :

$$4.75 - 4.73 + 0.127 = 0.147 \text{ mm}$$

Sa situation dans le référentiel ABC est donnée par la position de l'axe effectif de l'alésage G c'est-à-dire 32.45 mm du plan C et 7 mm du plan B comme nous le voyons sur la figure 89.

L'intersection entre l'espace de travail de l'extrémité du calibre et l'ESAC de l'alésage G nous donne l'ensemble des positions de l'extrémité du calibre pour lesquelles le calibre peut s'assembler dans l'alésage réel.

La valeur effective de la tolérance est donnée par la plus petite valeur de l'ESAC pour laquelle la pièce est conforme. Nous avons représenté cette valeur limite sur la figure 89.

Le diamètre de l'ESAC de l'alésage G est dans ce cas limite de 0.0928 mm. La valeur de t_0 correspondant est de :

$$0.0928 - 4.75 + 4.73 = 0.0728 \text{ mm}$$

Cette valeur étant bien entendue inférieure à la valeur du diamètre de la zone de tolérance de l'alésage ($0.147 = 0.127 + (4.75 - 4.73)$).

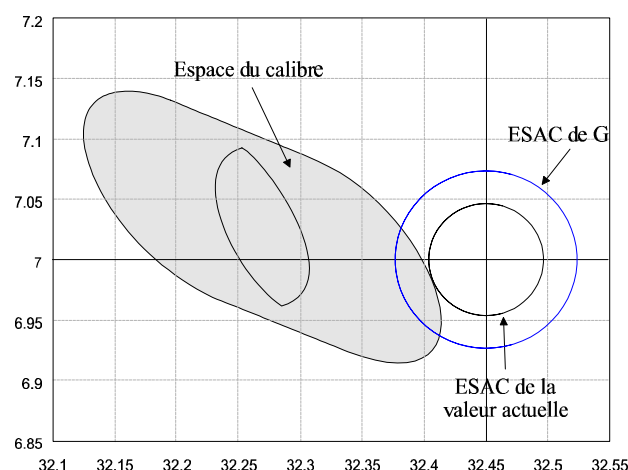


Figure 89 : Intersection entre l'espace de travail de l'extrémité du calibre et l'ESAC de l'alésage G

Notre méthode permet de vérifier l'assemblabilité d'un calibre dans une pièce réelle, mais elle permet aussi de trouver la valeur effective de la tolérance de localisation. Regardons maintenant comment nous effectuons le contrôle d'un groupe d'alésages dont le calibre de contrôle comporte une rotation propre.

4-4.3 Mesure d'un groupe avec orientation variable du référentiel

Sur la figure 90, nous avons représenté le dessin d'une pièce comportant 6 alésages. Cette pièce est la fusion des deux exemples précédents (figure 72 et 87), c'est-à-dire que c'est une pièce

permettant l'étude de la localisation d'un groupe de quatre d'alésages référencés relativement à deux autres alésages. Cette pièce est difficilement contrôlable avec les méthodes telles que les contrôles par des calibres papiers (*paper gaging*). En effet, en plus des deux translations le long du plan A, le calibre peut avoir une rotation propre autour de l'axe normal au plan A.

Cette rotation propre ne pose pas de problèmes dans le cas de la vérification d'une unique entité. Mais dans le cas d'un groupe, il faut que les vérifications soient simultanées pour tous les éléments du groupe, c'est-à-dire qu'il faut que la vérification se fasse pour la même configuration du calibre.

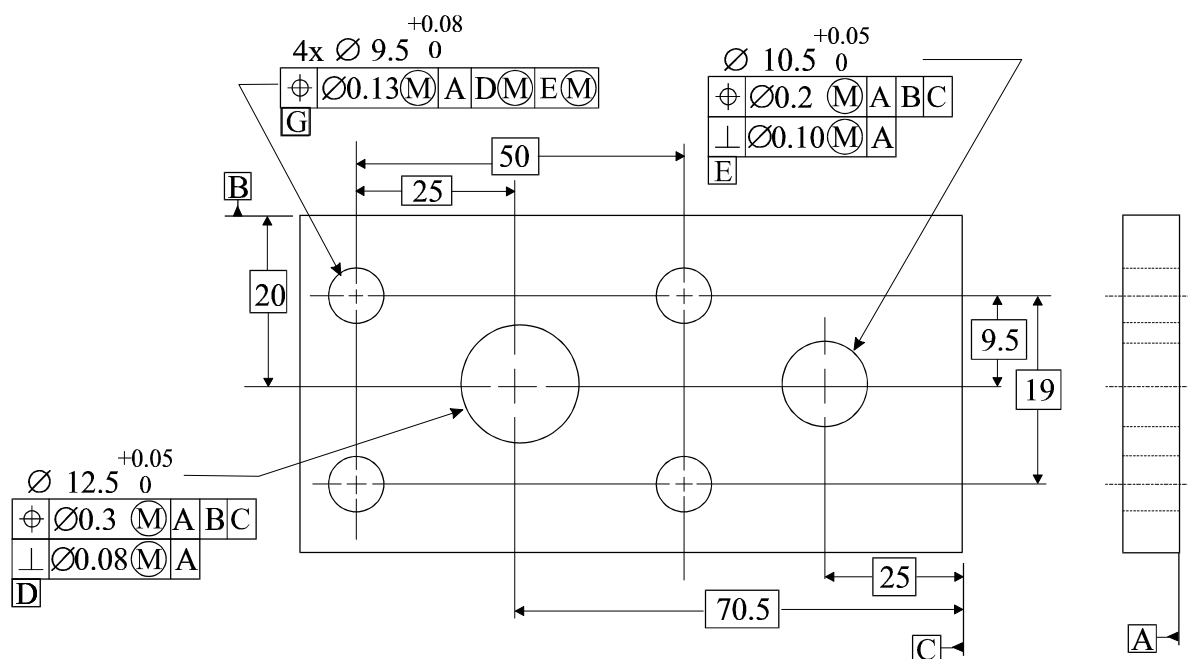


Figure 90 : Dessin de définition

Nous calculons les ESAC de l'alésage D et de l'alésage E en fonction de leur dimension d'assemblage orientée par le plan A. Ces deux ESAC nous permettent de calculer l'espace des configurations du calibre.

Nous calculons les ESAC de chaque alésage dans le référentiel ABC puis nous projetons ces ESAC dans l'espace des configurations du calibre. Pour chaque angle de rotation nous retrouvons les mêmes configurations que dans le cas d'un calibre dont les mouvements autorisés sont seulement des translations. Nous retrouvons le cas d'un groupe dont l'orientation est fixe.

Alésage	D_{AMO}	Position		T_Z
		X	y	
D	12.5	0	0	0.08
E	10.5	45.5	0	0.10
1	9.54	-25.056	9.444	0.17
2	9.54	24.944	9.556	0.17
3	9.54	-24.944	9.556	0.17
4	9.54	25.056	-9.44	0.17

Table 8 : Données réelles d'une réalisation de la pièce de la figure 90

Calculons l'ESAC de chaque alésage.

Pour l'alésage D, c'est la tolérance de perpendicularité qui est la plus importante. Il en résulte que le diamètre de l'ESAC de D est de :

$$12.5 - 12.5 + 0.08 = 0.08\text{mm.}$$

Pour l'alésage E, de la même manière, c'est la tolérance de perpendicularité qui va définir l'ESAC. Le diamètre de l'ESAC de E est de :

$$10.5 - 10.5 + 0.1 = 0.10\text{mm.}$$

Ces deux ESAC nous permettent de calculer l'espace paramétrique du calibre. Les mouvements du référentiel ADE peuvent être modélisés par la même structure cinématique que celle que nous avons utilisée pour l'exemple précédent (figure 88). Etant donnée que le calibre à trois mouvements distincts, nous pouvons calculer l'espace des configurations du calibre dans un espace à trois dimensions. Les deux premières dimensions représentent les translations relativement au plan A. La troisième dimension est celle de la rotation du calibre selon l'axe perpendiculaire au plan A. Cette rotation est donc l'angle α_a de la structure cinématique. La figure 91 nous montre une représentation par un octree de l'espace de travail du calibre.

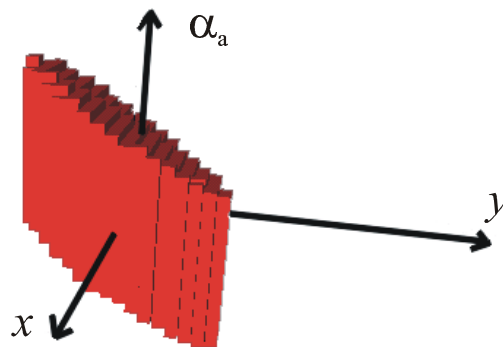


Figure 91 : Modèle octree de l'espace des configurations du calibre

Pour chaque orientation α_a du calibre, nous nous retrouvons dans le cas d'une orientation constante du référentiel. Nous pouvons donc calculer pour chaque orientation du calibre les zones d'intersection des différents ESAC des alésages du groupe. La figure 92 nous montre le volume d'intersection dans l'espace de configuration du calibre. En foncé sur la figure, nous avons la zone où la pièce peut s'assembler dans le calibre.

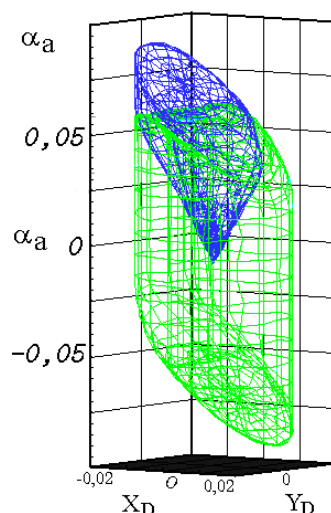


Figure 92 : Exemple de domaine de validité du groupe

La figure 93 nous montre une coupe de la figure 92 pour une valeur de α_a de 0.03 degrés.

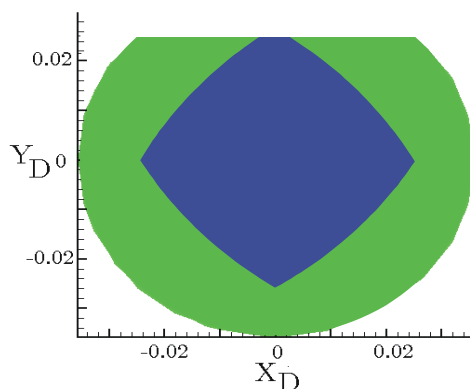


Figure 93 : Coupe de l'espace des configurations à $\alpha_a = 0.03$ degrés

En diminuant la valeur de t_0 pour toutes les orientations α_a , nous pouvons trouver la valeur limite où il n'y a plus d'intersection entre les ESAC. Cette valeur limite est la valeur effective de la tolérance de localisation du groupe.

Les différentes projections des ESAC dans l'espace des configurations peuvent être effectuées à l'aide d'un modèle octree. En effet, à l'aide de cette représentation, il est très simple de calculer des intersections entre solides. En outre, la modélisation de solides par des octrees est simple à

mettre en œuvre dans le cas où l'on souhaite avoir plus de trois dimensions. Le seul défaut des représentations par octree est qu'elles sont des représentations approximatives des solides. Mais nous pouvons calculer une octree d'une profondeur telle que, chaque cube élémentaire de l'octree soit d'une dimension inférieure au plus petit défaut mesurable pour nos entités.

4-5 Conclusion

Nous avons donc présenté dans ce paragraphe une nouvelle méthode permettant de contrôler la conformité d'alésages au maximum de matière.

Cette méthode contrairement aux méthodes classiques, décompose le contrôle en deux opérations distinctes. La première recherche les situations que peut prendre le calibre en fonction de l'état des références le contrôlant. La deuxième recherche les situations du calibre à l'intérieur de l'alésage, indépendamment des références contrôlant ce calibre. Ce n'est que l'intersection des deux ensembles qui nous donnera la totalité des situations où le calibre s'assemblera avec la pièce réelle.

La table 9 nous donne un résumé des choix possibles du contrôle à l'aide des ESAC.

	Orientation du référentiel MMC	
	Constante	Variable
Tolérance de localisation pour une seule entité	ESAC suffisant Intersection dans l'espace Cartésien	ESAC + modèle cinématique Intersection dans l'espace Cartésien
Tolérance de localisation pour un groupe d'entités	ESAC suffisant Intersection dans l'espace Cartésien	ESAC + modèle cinématique Intersection dans l'espace paramétrique

Table 9 : Résumé des opérations de vérification des tolérances de localisation au maximum de matière

Le fait de connaître la totalité des situations du calibre, nous permet de proposer un outil permettant de calculer les mouvements du calibre dans la pièce fabriquée.

En outre, contrairement aux méthodes de contrôle par calibres fonctionnels, nous pouvons calculer la valeur effective de la tolérance de localisation appliquée à l'alésage ou au groupe d'alésages.

Cette méthode peut aussi bien être utilisée pour contrôler une pièce réelle que pour vérifier des hypothèses sur les mouvements possibles entre deux pièces à assembler. Car au lieu de calculer les ESAC des différents alésages à partir des dimensions d'un calibre virtuel, nous pouvons

calculer les ESAC à l'aide des dimensions d'une pièce à assembler et ainsi vérifier d'une part l'assemblabilité, mais aussi calculer les mouvements et rotations possibles entre les deux pièces.

La méthode que nous avons proposée permet de calculer la valeur effective d'une tolérance de localisation au maximum de matière appliquée à une entité ou à un groupe d'entités. Contrairement aux méthodes habituellement employées, elle permet aussi de savoir quelles sont les entités qui ont limité cette valeur effective. Car si l'on reprend l'exemple de la figure 72, et que l'on regarde les informations données à la figure 86, on se rend compte que ce sont les alésages D, 2 et 4 qui ont défini la valeur effective. Les deux autres alésages n'ont pas participé à cette valeur. Ceci est très intéressant lorsque l'on veut corriger les dérives du procédé qui a permis la réalisation des différents alésages. En effet, la seule analyse de la valeur effective de la tolérance ne nous permet pas de voir comment se comporte individuellement les entités définissant le groupe. Elle ne donne qu'une information sur la conformité du groupe globalement. Si sur des pièces à grande valeur ajoutée, une seule entité n'est pas conforme, la méthode proposée permet de trouver cette entité et le cas échéant, de proposer des solutions permettant au groupe de devenir conforme. Par exemple, on pourra vérifier si la correction des entités servant de référence permet de donner plus de mouvement au calibre pour ainsi rendre la pièce conforme. On pourra aussi corriger l'alésage le plus critique pour rendre le groupe conforme. L'outil que nous proposons permet de mener ces différentes analyses et de proposer des solutions en vue de modifier la pièce pour la rendre conforme. En outre, puisque nous avons un moyen de regarder comment se comporte individuellement chaque alésage, nous pouvons vérifier les dérives du procédé permettant la réalisation de ces alésages pour éventuellement les corriger.

Chapitre 5. Extension des pièces virtuelles et résultantes

Sommaire

5-1 Introduction	148
5-2 Pièce au maximum et minimum de matière.....	148
5-2.1 Cas unidimensionnel de Parratt	149
5-2.2 Extension au tolérancement géométrique	151
5-3 Pièce virtuelle et pièce résultante.....	153
5-3.1 Exemple introductif	154
5-3.2 Création de la pièce virtuelle et de la pièce résultante	158
5-4 Conclusion.....	161

5-1 Introduction

Les travaux de Robinson ont permis de définir la notion de pièce au maximum et minimum de matière pour faciliter l'étude et l'analyse de l'assemblage [Robinson 98]. Cependant, il démontre que cette notion ne peut pas être étendue à n'importe quel type d'assemblage. Il propose donc la notion de pièce virtuelle et résultante.

La création des pièces virtuelles et résultantes rend l'étude de l'assemblage plus facile. Elle permet de résumer l'étude de la faisabilité géométrique de l'assemblage variationnel à l'aide de deux pièces. Chaque classe variationnelle, d'une pièce donnée, est représentée par deux pièces englobant la totalité des pièces de la classe variationnelle. Les pièces au maximum et minimum de matière font partie de la classe variationnelle, par contre, les pièces virtuelles et résultantes ne font pas partie de cette classe en générale. Malheureusement, il n'y a pas de définition unique de ces deux pièces. Nous allons néanmoins proposer une définition simple à calculer à l'aide des méthodes précédemment présentées. La pièce virtuelle et la pièce résultante sont utilisées par le concepteur pour calculer les interférences possibles entre des pièces d'un assemblage suivant les différentes configurations de l'assemblage.

Elles définissent d'une part, l'ensemble des points de l'espace où il pourra y avoir de la matière et d'autre part l'ensemble des points de l'espace où il ne devra pas y avoir de matière suivant les états dimensionnels que pourront prendre les différentes entités de la pièce.

La méthode proposée par Robinson, permet de définir en partie ces deux pièces résultante et virtuelle. Mais les contraintes imposées par Robinson ne permettent pas de calculer ces deux représentantes quand il existe une chaîne de tolérance entre plusieurs entités d'une pièce. La prise en compte de l'ensemble des effets des différentes tolérances composant la chaîne de tolérances est une des difficultés de l'analyse et de la synthèse des tolérances.

En combinant l'étude des ESAC d'une pièce avec l'étude du mécanisme cinématique, modélisant les liens entre les différentes entités tolérancées de la pièce, nous allons voir comment calculer les différents effets modificateurs de tolérances au maximum de matière sur les tolérances de la chaîne de tolérances. A l'aide de cette étude, nous étendons la notion de pièce virtuelle et de pièces résultantes. Nous allons voir dans l'exemple suivant comment calculer ces deux pièces. Puis nous proposerons une méthodologie pour étendre cette définition à des pièces plus complexes.

5-2 Pièce au maximum et minimum de matière

Nous avons vu, que l'on pouvait ajouter des modificateurs de tolérance au maximum de matière pour faciliter les assemblages. Robinson a proposé d'étendre la notion de maximum de matière à l'ensemble de la pièce pour former des pièces au maximum de matière (*Maximum Material Part MMP*) [Robinson 97, Robinson 98]. Pour une classe variationnelle donnée, une pièce au maximum de matière est une pièce de la classe variationnelle qui englobe l'ensemble des pièces

de la classe. C'est une sorte de super calibre qui appartient à la classe. La pièce au maximum de matière est obtenue en mettant les différentes entités de la pièce dans leur état au maximum de matière.

Le but premier de Robinson était d'étudier les assemblages de mécanismes. L'étude d'un assemblage variationnel doit prendre en compte l'infinité de pièces contenues dans la classe variationnelle. On peut alors utiliser des méthodes statistiques telles que la méthode de Monté Carlo mais nous ne sommes jamais assurés d'avoir effectué assez de tests pour couvrir l'ensemble des cas d'assemblages variationnels. D'autre part, il n'existe pas de modèle permettant de couvrir l'ensemble de la classe variationnelle. Nous pouvons utiliser par exemple des chaînes vectorielles pour modéliser ces pièces tolérancées, mais ceci entraîne une linéarisation des équations cinématiques. Le tolérancement de pièces au maximum de matière permet de réduire l'ensemble de l'étude d'une classe variationnelle à l'étude d'une seule pièce représentante de la classe.

Robinson a ainsi exprimé des tolérances qui satisfont des besoins fonctionnels d'assemblage et qui facilitent l'étude de l'assemblage, au lieu d'étudier les assemblages de pièces comportant n'importe quels types de tolérances. Ceci a permis d'aboutir à un ensemble de spécifications permettant de définir des classes de pièces au maximum et au minimum de matière.

L'étude des pièces au maximum de matière permet de faciliter la création d'assemblage flottant, de faciliter l'étude de la planification de trajectoire et la modélisation cinématique des assemblages avec des pièces tolérancées. Finalement, elle permet la simplification de l'étude et de l'expression des besoins fonctionnels tels que la conservation d'épaisseurs de matière minimum. Regardons les spécifications proposées par Robinson.

5-2.1 Cas unidimensionnel de Parratt

Parratt a proposé une méthode permettant, dans le cas unidimensionnel, de vérifier si une pièce peut être analysée en deux états distincts, l'un au maximum de matière, l'autre au minimum de matière [Parratt 94]. Cette méthode repose sur l'étude d'une arborescence où chaque nœud de l'arbre représente une frontière de la pièce et indique de quel côté se trouve la matière, et chaque branche représente une tolérance entre deux surfaces. Une pièce pourra être une pièce au maximum de matière, si on peut trouver un arbre tel que pour chaque branche de l'arbre la matière se situe dans le même sens. Si nous prenons le cas de la pièce de la figure 94, nous avons représenté sur la figure, l'un des arbres possibles pour le tolérancement de cette pièce. Nous voyons que la surface a_3 n'est pas dans le même sens que celle de la surface a_4 . Il s'ensuit que si nous essayons de mettre les entités dimensionnelles au maximum de matière, une des tolérances ne pourra pas être dans une de ses valeurs limites. Par exemple, si nous voulons que l'entité dimensionnelle entre la paire de surfaces (a_1, a_2) soit au maximum de matière (la plus petite possible donc), la dimension sera fixée à $A+a$. La paire de surfaces (a_3, a_4) sera dans son état au maximum de matière pour la dimension $C+c$. La paire (a_2, a_3) sera dans cet état pour la

dimension $B-b$. Mais dans ce cas, la paire de surfaces (a_1, a_4) ne sera pas dans son état au maximum de matière. Pour cela, il faudrait que la dimension de B soit $B-b$, mais dans ce cas la paire (a_2, a_3) ne serait pas dans son état au maximum de matière. Le tolérancement actuel de la pièce ne permet pas la création d'une pièce au maximum de matière.

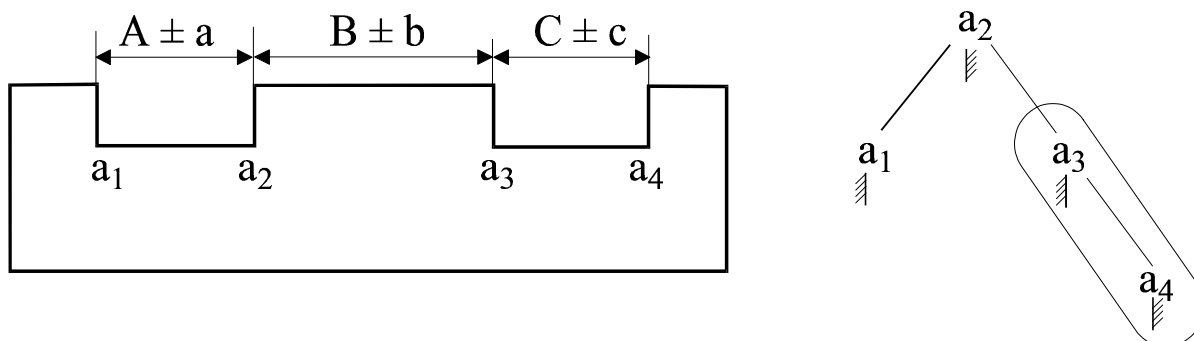


Figure 94 : Pièce ne pouvant être au maximum de matière

Si nous modifions légèrement le tolérancement de cette pièce comme le montre la figure 95, nous pouvons créer une pièce au maximum de matière, car il existe un arbre qui n'a que deux niveaux. Donc chaque sous-arbre respecte la règle des sens de matière. Si l'on fixe les valeurs des dimensions à $A-a$, $B+b$ et $C-c$, les paires de surfaces (a_1, a_2) , (a_2, a_3) , (a_3, a_4) et (a_1, a_4) seront dans leur état au maximum de matière.

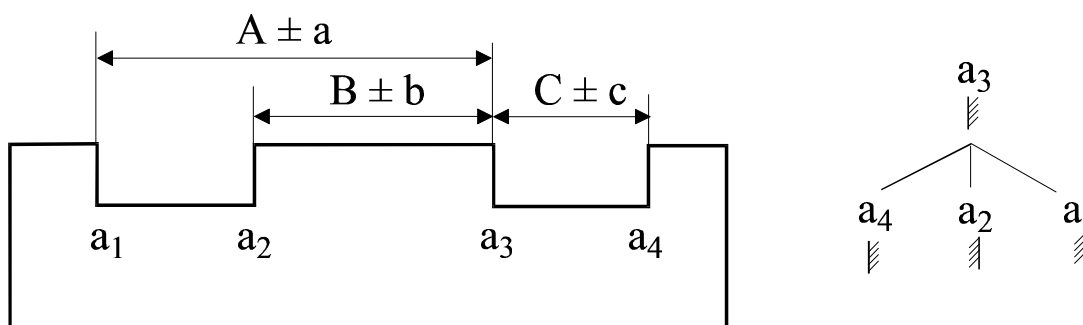


Figure 95 : Pièce pouvant être au maximum de matière

A priori, ces deux spécifications conduisent à deux classes variationnelles différentes. Cependant la deuxième spécification est beaucoup plus pratique que la première en analyse d'assemblage car il suffit de vérifier que la pièce au maximum de matière peut être assemblée avec sa pièce complémentaire. On voit donc avec cet exemple simple que le choix des spécifications peut compliquer ou, au contraire, simplifier l'analyse de l'assemblage. La prise en compte de ces considérations permet de réduire le nombre de combinaisons possibles pour le tolérancement d'une pièce. Ces remarques sont valables pour l'analyse de l'assemblage, mais peuvent être certainement généralisées à d'autres types d'analyses, comme par exemple, l'analyse en fabrication.

Cette méthode est généralisée par Parratt aux pièces dont les spécifications sont unidimensionnelles.

5-2.2 Extension au tolérancement géométrique

Partant des travaux de Parratt dans le cas unidimensionnel, Robinson a tenté de généraliser la même approche aux cas du tolérancement géométrique [Robinson 98].

A l'instar de Srinivasan, le but de Robinson était de proposer de nouvelles règles ou de trouver une approche nouvelle utilisant les spécifications existantes. Ces règles permettent d'aider le concepteur à exprimer les besoins fonctionnels liés notamment à l'assemblage.

Les travaux de Robinson étendent les notions définies par Requicha et par Srinivasan et trouvent une application directe dans l'analyse et le contrôle des pièces. En effet, la pièce au maximum de matière peut agir comme un gabarit de contrôle pour l'ensemble des pièces de la classe variationnelle. Une pièce au maximum de matière est le représentant unique de la classe variationnelle. Au lieu de faire l'étude de l'assemblage avec l'infinité de pièces composant la classe variationnelle, on étudie seulement l'assemblage des pièces au maximum de matière. La pièce MMP est donc une sorte de « super calibre » qui doit contenir l'ensemble des pièces de la classe variationnelle.

Pour définir la notion de pièce au maximum de matière, Robinson propose intuitivement une liste non exhaustive de règles nécessaire pour la création de telles pièces (table 10).

Règles MMP	Description
1	Toutes les entités dimensionnelles peuvent être simultanément dans leur condition au maximum de matière et à leur position et orientation nominale.
2	Les tolérances dimensionnelles doivent être conformes aux spécifications définies par Parratt [Parratt 94].
3	Chaque entité dimensionnelle doit avoir une frontière de forme parfaite à la condition au maximum de matière.
4	La taille des tolérances de localisation appliquées à des entités dimensionnelles doit être de zéro au maximum de matière.
5	Le défaut d'orientation permis aux entités dimensionnelles doit être de zéro à la condition au maximum de matière.
6	Aucun mouvement relatif entre les entités dimensionnelles n'est permis quand toutes les entités dimensionnelles sont à la condition au maximum de matière excepté ceux qui ne change pas les demi-espaces associés aux entités (rotations propres autour des axes).
7	En général les chaînes de tolérances ne sont pas permises

Table 10 : Règles pour la création de pièces au maximum de matière

La règle 2 de la table 10 a été proposée pour le tolérancement unidirectionnel par Parratt [Parratt 94]. Robinson a étendu cette règle au tolérancement géométrique en 3D.

Il a aussi présenté des règles similaires pour calculer une pièce au minimum de matière (*Least Material Part LMP*). La pièce au minimum de matière est une pièce qui doit être contenu par l'ensemble des pièces de la classe variationnelle.

La figure 96 présente un exemple de pièce variationnelle au maximum de matière. Le fait d'avoir mis une tolérance de localisation égale à zéro au maximum de matière permet de respecter les règles 3, 4 et 5 de la table 10. La pièce nominale de diamètre 10 et de diamètre 40 correspond à la pièce qui englobe toutes les pièces de la classe variationnelle.

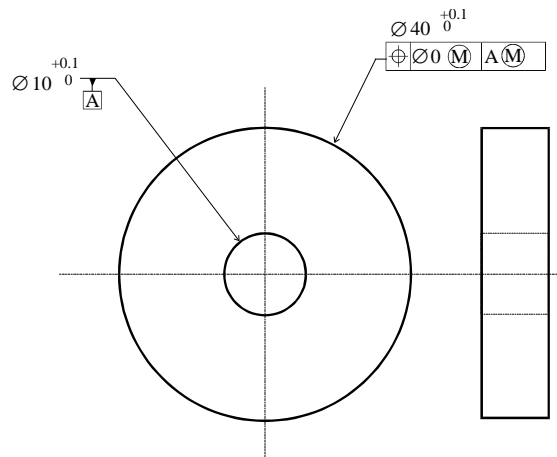


Figure 96 : Pièce au maximum de matière

L'exemple suivant montre les spécifications définissant les classes variationnelles de deux pièces devant être assemblées (figure 97). Chacune de ces pièces est une pièce au maximum de matière. Elles respectent donc les règles établies par Robinson (table 10).

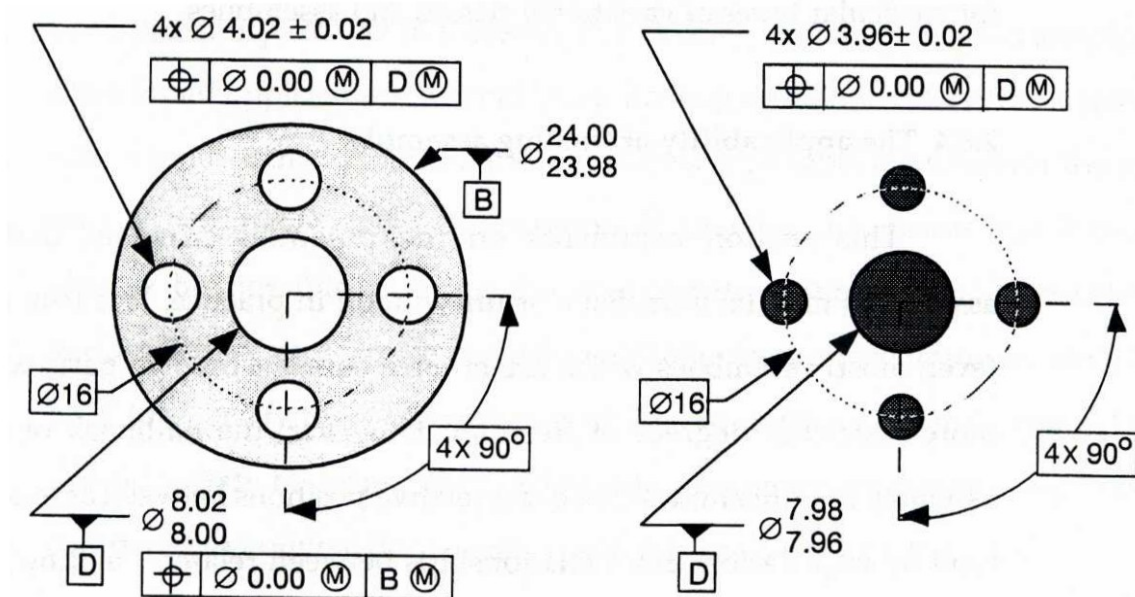


Figure 97 : Classes variationnelles de deux pièces d'un assemblage [Robinson 98]

La figure 98 présente la vérification de l'assemblage des deux pièces au maximum de matière (figure 98a). Comme chacune de ces pièces englobe toutes les pièces de la classe variationnelle correspondante, la vérification de l'assemblage de deux pièces de ces classes est immédiate (figure 98b).

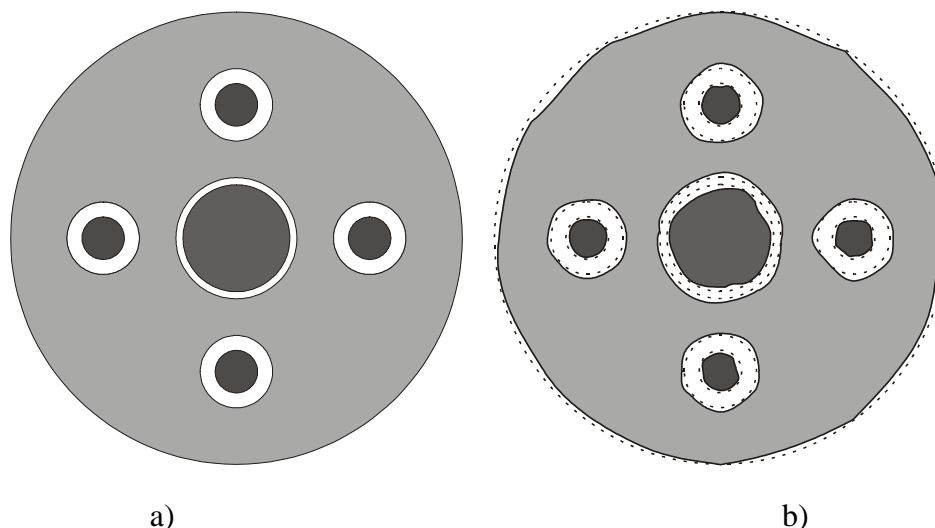


Figure 98 : Etude de l'assemblage de deux pièces au maximum de matière

La contribution majeure de Robinson est de proposer un ensemble de règles sur le tolérancement pour faciliter l'étude de l'assemblage. C'est un point de vue inverse des points de vue habituels. En effet, généralement on propose plutôt d'étudier l'assemblage en fonction d'un tolérancement donné, alors que Robinson propose de spécifier un tolérancement pour assurer une fonction d'assemblage. Autrement dit, Robinson cherche à répondre à la question suivante :

Quel est le tolérancement qui permet de réaliser une fonction d'assemblage donnée ?

L'approche traditionnelle cherche à répondre à la question suivante :

Est-ce qu'un tolérancement donné permet de respecter une fonction d'assemblage ?

Les règles proposées par Robinson ne permettent pas de couvrir toutes les possibilités d'assemblages. En particulier, elles ne prennent pas en compte le chaînage de tolérances. Robinson suggère d'utiliser des modèles de balayage pour la création des pièces virtuelles et résultantes.

Nous proposons dans les paragraphes suivants une extension de ces travaux et nous tentons de montrer la faisabilité de la création de ces deux entités à l'aide de nos outils présentés dans les chapitres 3 et 4.

5-3 Pièce virtuelle et pièce résultante

Une pièce virtuelle est l'extension de la condition virtuelle pour l'ensemble des tolérances contrôlant les entités dimensionnelles d'une pièce. Ainsi les tolérances comportant des modificateurs d'application n'ont plus besoin d'avoir une valeur nulle au maximum de matière

(figure 99a). La pièce virtuelle comme la pièce au maximum de matière doit contenir l'ensemble des pièces de la classe variationnelle. A la différence de la pièce MMP, qui est unique, il existe plusieurs pièces virtuelles possibles. En effet, contrairement à la pièce au maximum de matière, la pièce virtuelle ne fait pas partie de la classe variationnelle. La figure 99b montre une pièce virtuelle possible de la pièce définie à la figure 99a. Cette pièce n'est pas unique.

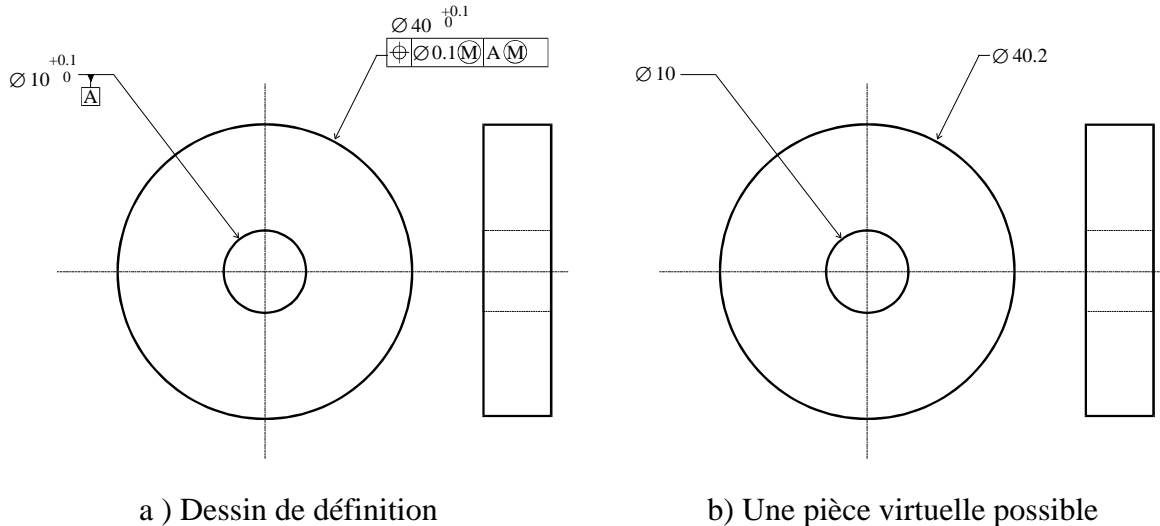


Figure 99 : Exemple de pièce virtuelle

Les travaux de Robinson et Voelcker ont permis de montrer l'existence et l'intérêt de ces deux types de pièces du point de vue pratique et théorique [Robinson 98]. Les exemples présentés ont été développés manuellement. Notons également que Robinson propose d'utiliser le modèle cinématique de Rivest ou d'une façon générale les modèles de balayage, comme les seuls modèles pouvant répondre à ce type de problème. En effet, selon lui, les modèles existants ne permettent pas de calculer la pièce virtuelle et la pièce résultante.

Depuis le début de notre travail de thèse, les travaux que nous avons engagés devaient permettre de répondre à ce type d'analyse. Nos travaux et ceux de Robinson ont été menés de façon parallèle. Ils permettent de répondre à des problématiques toutes à fait complémentaires.

Nous présentons dans la section suivante la méthodologie que nous utilisons pour créer la pièce résultante et la pièce virtuelle d'une classe variationnelle donnée.

5-3.1 Exemple introductif

L'une des difficultés de la création des pièces virtuelles et résultantes est la prise en compte de l'ensemble des pièces de la classe variationnelle.

Pour des raisons de commodité, nous reprenons dans la figure 100 l'exemple déjà présenté en détail au chapitre 2. Nous avons vu en particulier que pour une entité dimensionnelle donnée, il est possible de calculer la condition virtuelle et la condition résultante au minimum de matière. La condition virtuelle peut être obtenue par l'intersection de l'ensemble des entités conformes à

la spécification La condition résultante au minimum de matière, quant à elle, peut être déterminée par l'union des entités au minimum de matière (figure 100 à droite).

Comme le suggère Srinivasan, nous travaillerons avec les compléments des entités en utilisant le complément des opérations booléennes d'intersection et d'union. Ainsi nous travaillerons avec l'intersection et l'union des alésages au lieu de calculer l'union et l'intersection de la matière des entités fabriquées (ce problème de compréhension ne se pose que pour les alésages).

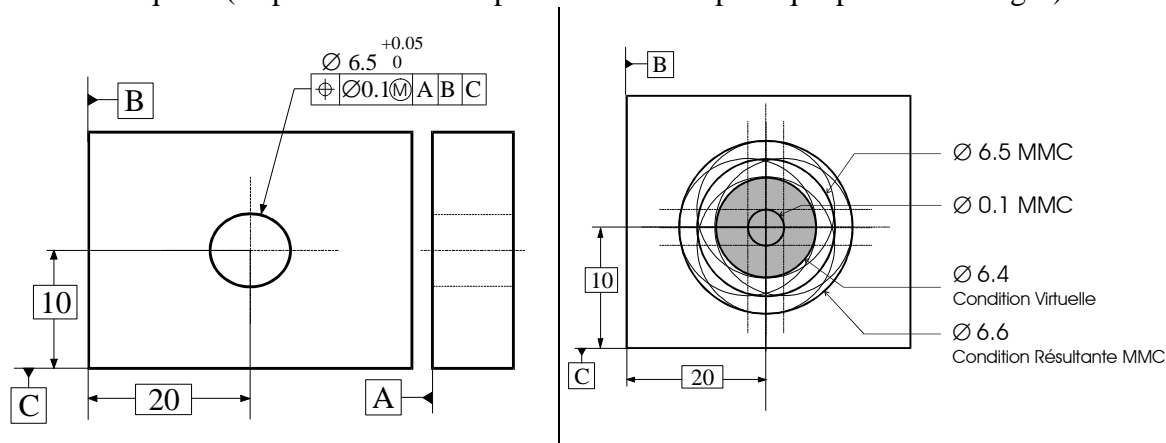


Figure 100 : Condition virtuelle et résultante au maximum de matière d'un alésage

Nous allons utiliser ces propriétés des conditions virtuelles et résultantes pour étendre ces notions à la pièce ou à une partie de la pièce. En effet, il est utile en assemblage de pouvoir prendre en compte les différents états d'une ou de plusieurs entités relativement à un référentiel donné.

Reprenons par exemple la pièce de la figure 69 que nous avons reproduit ci-dessous sur la figure 101. Cette pièce comporte deux alésages dont l'un est utilisé pour définir le référentiel de la tolérance de localisation du second. Ce n'est pas une pièce au maximum de matière car elle ne respecte pas les règles de la table 10 et notamment la règle 7. Il n'est donc pas possible de trouver une pièce au maximum de matière faisant partie de la classe variationnelle et qui englobe la totalité des pièces de cette classe. Par contre, nous chercherons à trouver une pièce englobant « *au plus près* » la totalité de la classe variationnelle mais qui ne fait pas partie de cette classe. Cette pièce sera nommée pièce virtuelle. De la même manière, nous chercherons à trouver une pièce qui soit englobée par toutes les pièces de la classe variationnelle et ne faisant pas partie de cette dernière. Cette pièce sera nommée pièce résultante. On retrouve bien dans ces définitions une similitude avec la définition de la condition virtuelle et de la condition résultante pour une entité.

Quels sont les effets du premier alésage sur la position du second ? Le calcul de ces effets est primordial pour pouvoir étudier un assemblage ou pour garantir une épaisseur minimum de matière. Le calcul de cet assemblage peut se faire en prenant en compte l'ensemble des entités composant la pièce (les plans A, B et C ainsi que les deux alésages).

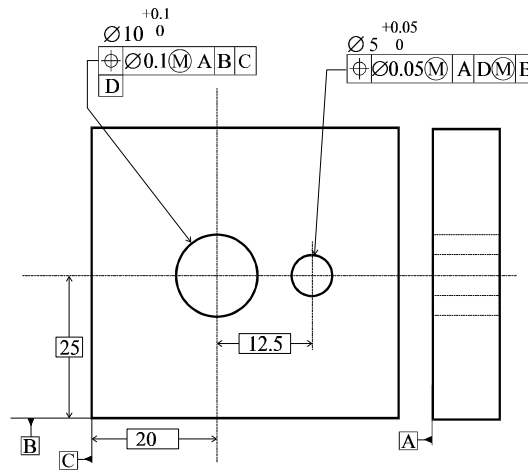


Figure 101 : Exemple d'utilisation d'un modificateur de référence

Etudions tout d'abord le premier alésage de diamètre 10mm. Si nous regardons l'ensemble des pièces de la classe variationnelle respectant la spécification de l'alésage, nous pouvons calculer deux surfaces limites :

- La condition virtuelle de l'alésage, de diamètre 9.9mm ;
- La condition résultante au minimum de matière de diamètre 10.3mm.

La condition résultante au minimum de matière définit la zone limite à l'intérieur de laquelle l'alésage doit se trouver. La condition virtuelle définit la zone à l'intérieur de laquelle l'alésage ne doit pas se trouver.

Maintenant, étudions le deuxième alésage de diamètre 5mm. Le calibre qui doit contrôler cet alésage relativement au plan A, à l'alésage D et au plan B est un calibre perpendiculaire au plan A. Il est composé de deux parties cylindriques, l'une de diamètre 9.9mm (diamètre de la condition virtuelle de D) qui doit être assemblée dans l'alésage D, et l'autre de diamètre 4.95mm (condition virtuelle de l'alésage) qui doit être assemblée dans le deuxième alésage. Ces deux cylindres étant distants de 12.5mm et le plan passant par l'axe des deux cylindres doit rester parallèle au plan B.

L'ESAC de la classe variationnelle de l'alésage D est l'ensemble des situations possible de l'axe du calibre pour tous les alésages D de la classe variationnelle.

Cet ESAC peut être calculé par l'union de l'ESAC de chacun des alésages D de la classe. Pour obtenir cet ESAC il suffit seulement de considérer les alésages D au minimum matière. Cet ESAC peut être calculé à partir de la condition résultante au minimum de matière de l'alésage D. Ainsi l'extension de l'ESAC à la condition résultante du premier alésage a un diamètre de :

$$10.3 - 9.9 = 0.4\text{mm}.$$

Cet ESAC représente l'ensemble des situations de l'axe du calibre dont le diamètre est égal à la condition virtuelle de l'alésage D, à l'intérieur de la condition résultante au minimum de matière de l'alésage D. Le schéma situé à gauche de la figure 102 représente cet ESAC en gris clair.

Pour chaque position du calibre dans la condition résultante de D, nous avons une position de l'extrémité du calibre qui devra s'assembler dans l'alésage de diamètre 5mm. Si nous regardons l'ensemble des alésages de diamètre 5.05mm (minimum de matière) qui peuvent s'assembler, nous retrouvons une condition résultante au minimum de matière autour de cette position. L'ensemble des conditions résultantes du deuxième calibre en fonction des positions possibles du premier nous donne une extension de la condition résultante. Cette condition délimite les zones de la pièce où l'alésage de diamètre 5 devra se trouver (en gris foncé sur la figure 102).

Ainsi pour le deuxième alésage, l'extension de la condition résultante aura un diamètre de :

$$5.15+0.4=5.55\text{mm.}$$

Nous pouvons aussi calculer l'intersection de l'ensemble des conditions virtuelles de la deuxième partie du calibre. Cette zone (en noir sur la figure 102) définit la limite de l'espace où il n'y aura pas de matière quels que soient les états dimensionnels des deux alésages relativement au référentiel ABC. Chaque condition virtuelle a un diamètre de 4.95mm. Leur intersection compte tenu de l'ESAC du premier alésage aura un diamètre de $4.95-0.4=4.55\text{mm}$.

Il y a donc une différence de 1mm entre le diamètre de la pièce virtuelle et de la pièce résultante pour le deuxième alésage.

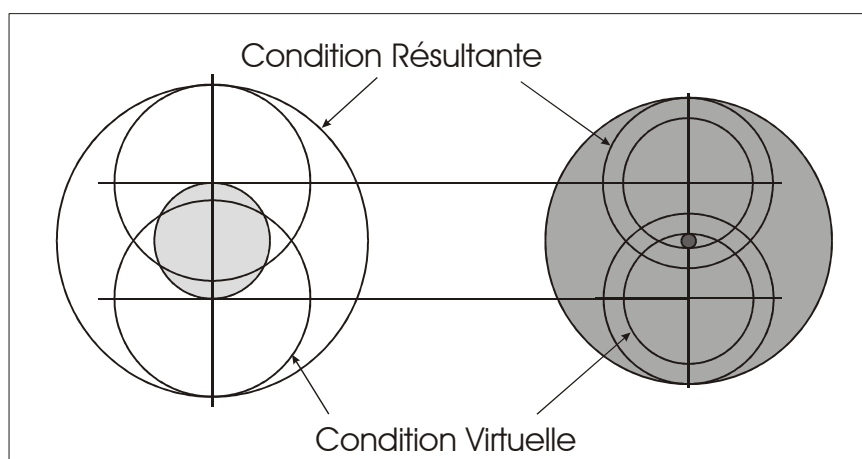


Figure 102 : Extension des conditions virtuelle et résultante.

L'extension de la condition résultante est obtenue par l'union de toutes les conditions résultantes du deuxième alésage. L'extension de la condition virtuelle est obtenue par l'intersection de toutes les conditions virtuelles de cet alésage. Du point de vue cinématique nous pouvons obtenir le même résultat en utilisant un schéma cinématique équivalent à celui de la figure 50 page 139.

Nous pouvons définir deux pièces particulières :

La première avec un alésage D de diamètre 9.9, et le deuxième alésage de diamètre 4.55mm. Elle représente la pièce virtuelle.

La seconde avec un alésage D de diamètre 10.3, et le deuxième alésage de diamètre 5.55mm. Elle représente la pièce résultante.

La première peut être englobée par toutes les pièces de la classe variationnelle. La seconde peut englober toutes les pièces de cette classe. Nous venons de voir sur un exemple simple comment calculer une extension de la condition virtuelle et une extension de la condition résultante.

Comme Robinson l'a précisé, la création d'une pièce virtuelle et d'une pièce résultante n'est pas unique mais elle peut être dérivée de l'étude des calibres fonctionnels. C'est pourquoi nous sommes partis de l'étude des mouvements d'un calibre pour définir ces deux pièces. Il est aussi à noter que la faisabilité géométrique d'un assemblage de solides virtuels est suffisante mais non nécessaire pour vérifier la faisabilité d'un assemblage variationnel. En effet, l'analyse d'assemblage utilisant des solides virtuels est une analyse conservatrice. Nous allons maintenant regarder quels outils doivent être mis en œuvre pour calculer d'une manière générale une pièce virtuelle et une pièce résultante.

5-3.2 Création de la pièce virtuelle et de la pièce résultante

Nous venons de voir dans l'exemple précédent la méthodologie utilisée pour définir une pièce virtuelle et une pièce résultante. Cette méthodologie utilise la cinématique du calibre fonctionnel pour créer la pièce résultante et la pièce virtuelle. Pour modéliser cette cinématique nous pouvons utiliser le modèle cinématique que nous avons présenté au troisième chapitre. Ainsi, si nous voulons calculer la pièce virtuelle et résultante de la pièce présentée à figure 103, nous devons prendre en compte tous les mouvements possibles des alésages. La prise en compte de la chaîne de tolérances reliant les trois alésages pourra se faire à l'aide de la structure cinématique que nous avons présentée à la figure 88 page 139. Les paramètres définissant cette structure n'auront pas les mêmes valeurs que dans les précédentes études.

Pour chaque alésage, nous allons calculer l'état virtuel et résultant relativement au référentiel ABC. S'il n'existe pas de définition directe de ces états relativement à ce référentiel ABC, nous devons prendre en compte l'ensemble des éléments qui composent la chaîne de tolérance entre l'entité et le référentiel ABC. Ainsi l'état virtuel et résultant de l'alésage D et l'alésage E peuvent être directement définis relativement au référentiel ABC. Par contre, pour définir ces états pour l'alésage G, nous devons prendre en compte les états virtuels et résultants des alésages D et E car l'alésage G est défini relativement aux alésages D et E.

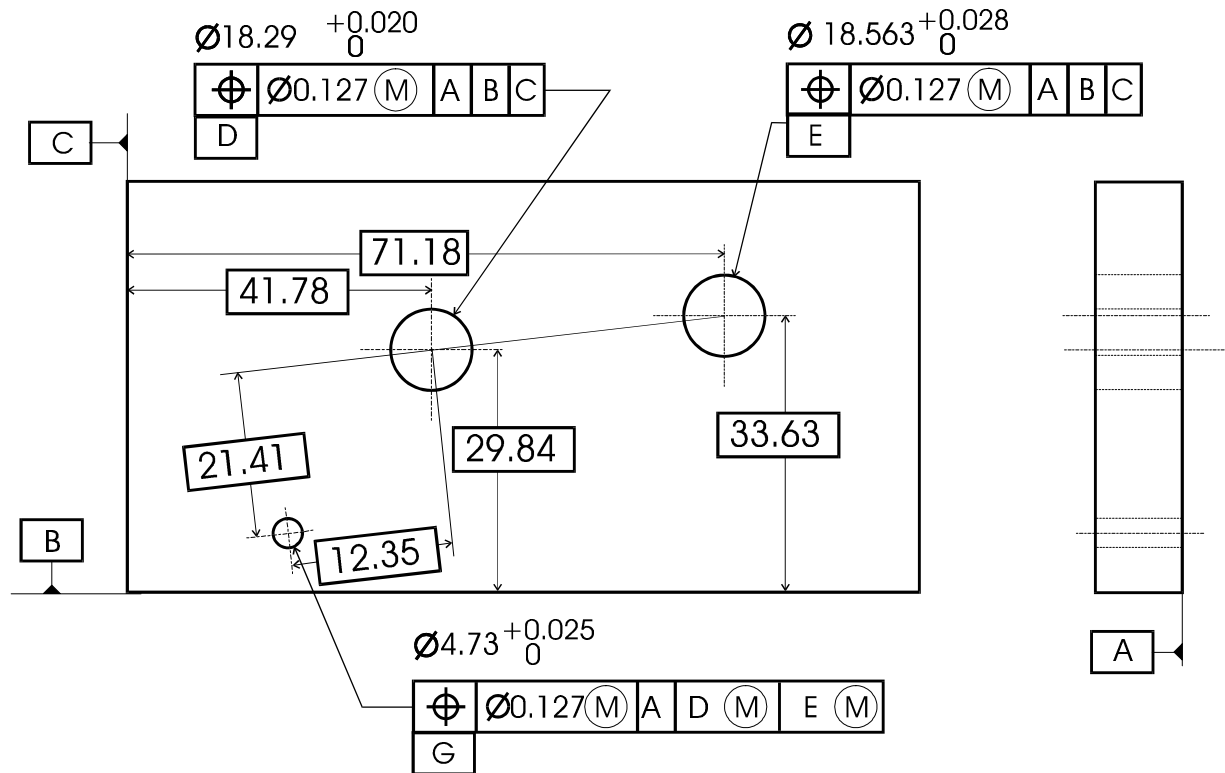


Figure 103 : Dessin de définition

Etudions maintenant chaque alésage. Les alésages D et E ont une définition directe relativement au référentiel ABC. Nous pouvons donc directement calculer leurs états virtuels et résultants relativement à ce référentiel. L'état virtuel de l'alésage D a un diamètre de :

$$18.163\text{mm.}$$

Le diamètre de sa condition résultante au minimum de matière est de :

$$18.457\text{mm.}$$

Le diamètre de la condition virtuelle de l'alésage E est de :

$$18.436\text{mm.}$$

Le diamètre de sa condition résultante au minimum de matière est de :

$$18.746\text{mm.}$$

C'est à partir des deux diamètres des conditions résultantes au minimum de matière des alésages D et E que nous allons pouvoir calculer les paramètres de la structure cinématique pour calculer une extension de la condition virtuelle et résultante de l'alésage G. Les paramètres cinématiques r_1 et r_2 de la structure seront donnés par une extension de l'ESAC des alésages D et E à leur condition résultante au minimum de matière. Ainsi la valeur de r_1 sera égale à :

$$\frac{18.457 - 18.163}{2} = 0.147\text{mm}$$

Et la valeur de r_2 sera de :

$$\frac{18.746 - 18.436}{2} = 0.155\text{mm}$$

Pour calculer la pièce résultante nous utiliserons comme valeur de r_3 la condition résultante au minimum de matière de l'alésage G soit :

$$\frac{4.907}{2} = 2.4535 \text{ mm}$$

Dans ce cas, nous calculerons l'union des conditions résultantes au minimum de matière pour définir une extension de la condition résultante de l'alésage G relativement au référentiel ABC.

Par contre, pour calculer la pièce virtuelle nous utiliserons comme valeur r_3 la valeur de la condition virtuelle de l'alésage G soit :

$$\frac{4.603}{2} = 2.3015\text{mm}$$

Dans ce cas, nous calculerons l'intersection des conditions virtuelles pour calculer une extension de la condition virtuelle de l'alésage G relativement au référentiel ABC. Le calcul de ces intersections et de ces unions pourra être effectué soit à l'aide de la méthode analytique soit à l'aide de la méthode jacobienne que nous avons présenté dans le troisième chapitre.

Ainsi, si nous calculons ces deux zones pour la pièce de la figure 103, nous obtenons les deux zones décrites sur la figure 104. Nous avons représenté l'extension de la condition résultante au minimum de matière relativement au référentiel ABC de l'alésage G en gris foncé. Cette extension de la condition résultante est utile quand l'on veut pouvoir calculer une épaisseur minimum de matière pour la pièce relativement au référentiel ABC. Par contre, l'extension de la condition virtuelle définit une zone où la matière ne doit pas se trouver quel que soit l'état des trois alésages (en blanc sur la figure). Cette zone sera utilisée au cours de la définition de l'assemblage. En effet, dans cette zone nous pouvons assembler une pièce relativement au référentiel ABC, dans l'alésage G sans qu'il n'y ait aucune interférence entre les deux pièces. La connaissance de ces deux zones est primordiale pour la maîtrise des assemblages et des comportements structurels de la pièce.

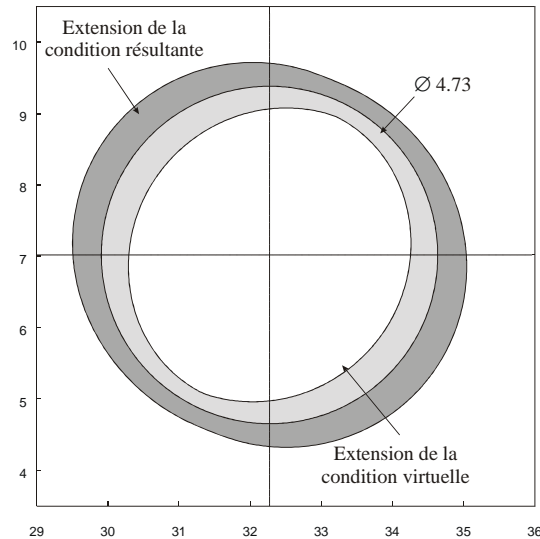


Figure 104 : Extension des conditions virtuelle et résultante

Sur la figure 105, nous avons représenté en même temps la limite des conditions virtuelles (en gris foncé) ainsi que la pièce résultante correspondante (en gris clair) pour les trois alésages relativement au référentiel ABC. Nous remarquons que bien que les mouvements des deux alésages D et E soient faibles, le mouvement du troisième alésage est relativement important comme nous le voyons sur les figures 104 et 105. Nous pouvons remarquer que la différence entre la condition virtuelle étendue et la condition résultante est d'environ 2mm. Cette amplification des mouvements est due au bras de levier entre les trois alésages.

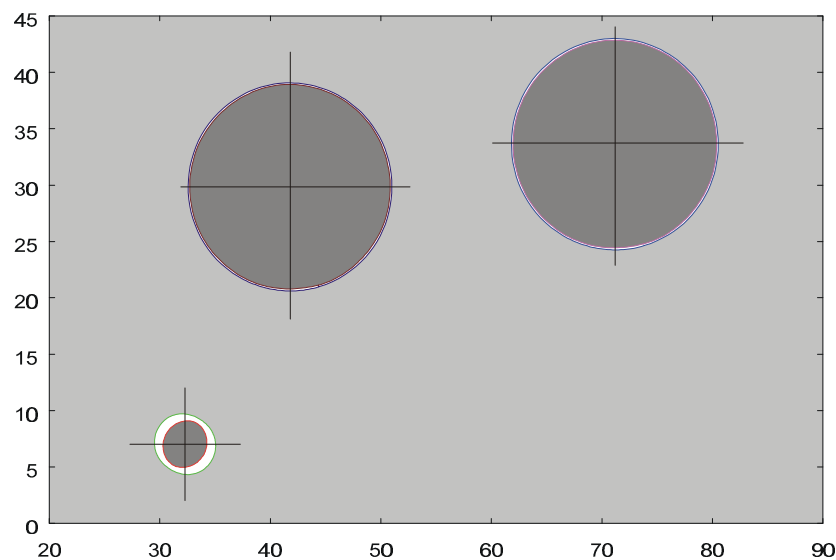


Figure 105 : Pièce virtuelle et résultante

5-4 Conclusion

Nous avons présenter une méthodologie permettant de prendre en compte les chaînes de tolérances pour le calcul des pièces virtuelles et des pièces résultantes. Ceci permet de faciliter

l'étude des assemblages de la classe variationnelle à la simple étude de deux pièces représentantes de cette classe. Cette méthodologie utilise à la fois une extension des ESAC aux conditions résultantes au minimum de matière des alésages pour prendre en compte les plus grandes amplitudes des mouvements. Elle utilise aussi une modélisation cinématique des liaisons des éléments de la chaîne de tolérances par un mécanisme cinématique. Ceci permet de prendre en compte les effets relatifs des différents alésages dans le calcul des pièces résultantes et virtuelles. Les calculs de l'union des conditions résultantes au minimum de matière ou de l'intersection des conditions virtuelles peuvent être effectués soit à l'aide de la méthode analytique que nous avons proposé au chapitre 3. Nous pouvons également effectuer ces calculs à l'aide de la méthode jacobienne que nous avons également présenté dans le troisième chapitre.

Conclusion et perspectives

Ce travail avait pour objet la modélisation et l'analyse de tolérances géométriques pour l'assemblage. Après avoir présenté les spécifications générales de tolérancement utilisées pour la définition d'assemblages, nous avons étudié les effets des modificateurs de tolérances et montré que leur analyse nécessite de prendre en compte les différents états de l'ensemble des zones de tolérance de la chaîne de tolérances. En outre, les modificateurs de référence peuvent induire une non-unicité des référentiels pouvant contrôler l'entité. Il existe alors un mouvement du référentiel et ce mouvement peut être complexe.

La prise en compte de ce mouvement peut être faite en analysant la cinématique induite par les modificateurs. C'est dans cette optique que nous avons présenté une modélisation cinématique des tolérances géométriques. Cette dernière modélise la chaîne de tolérances par une structure cinématique. Les mouvements des entités dans leurs zones de tolérance respectives sont modélisés par un mécanisme cinématique. La prise en compte de la chaîne de tolérances se fait en décrivant la cinématique qui lie chaque mécanisme entre eux. On obtient donc un mécanisme cinématique comportant, éventuellement, des boucles fermées.

Nous proposons d'utiliser les matrices de transformations homogènes pour décrire pleinement les liaisons cinématiques et ainsi pouvoir analyser analytiquement la cinématique de la structure.

Pour analyser les effets des tolérances géométriques de la chaîne de tolérances, nous proposons deux nouvelles méthodes pour calculer l'union et l'intersection des mouvements d'une zone de tolérance en prenant en compte les variations permises par les autres tolérances de la chaîne de tolérances.

La première méthode utilise directement les matrices de transformations homogènes entre le référentiel de définition de la zone de tolérance et le référentiel d'accueil. Nous proposons une équation permettant de vérifier si le transfert entre les deux référentiels est possible, c'est-à-dire si l'intersection des zones de tolérances n'est pas vide. Dans ce cas, nous proposons une deuxième équation analytique donnant la frontière de la zone neutre après transfert [Bennis 97, Bennis 98]. Nous obtenons les mêmes résultats que Rivest [Rivest 94a] mais la méthode proposée est générique. Nous proposons, en outre, une équation analytique donnant la frontière de l'union des zones de tolérances exprimée dans le référentiel d'accueil, ce qui permet de traiter les cas de transferts ascendants des tolérances.

Nous généralisons cette méthode en utilisant les propriétés du mécanisme cinématique et notamment les propriétés de la matrice jacobienne de l'organe terminal du mécanisme. A partir de cette matrice, nous calculons l'espace de travail du mécanisme et en déduisons d'une part si le transfert est possible, et d'autre part la forme de l'intersection et de l'union des zones de tolérances [Pino 99a]. Nous retrouvons ici pratiquement les mêmes résultats que Gaunet [Gaunet 94]. Mais la méthode que nous proposons ne linéarise pas directement les mouvements ce qui fait que nous retrouvons dans les exemples proposés les mêmes solutions que Rivest.

Nous avons étendu l'étude des chaînes de tolérances à la vérification de la conformité de pièces fabriquées. Nous avons ainsi proposé une nouvelle méthode de vérification des pièces comportant des tolérances de localisation au maximum de matière. La méthode proposée est simple, elle se divise en deux parties indépendantes [Bennis 99, Pino 99b] :

La première partie consiste à définir l'espace articulaire et l'espace de travail du calibre fonctionnel devant vérifier la pièce en ne prenant en compte que les mouvements autorisés par les entités servant de référence au calibre.

La deuxième partie consiste à définir l'espace articulaire et l'espace de travail du calibre fonctionnel dans l'entité à contrôler, sans prendre en compte les limites dues aux surfaces servant de référence au calibre.

L'intersection de ces deux espaces définit les configurations du calibre qui valideront l'entité fabriquée. Elle permet de prendre en compte la rotation propre du référentiel induite par les modificateurs de référence au maximum de matière. Cette méthode permet d'une part, de trouver quelles sont les entités qui sont conformes aux spécifications et d'autre part, de calculer la valeur actuelle de la tolérance de localisation. La connaissance de ces deux paramètres permet de suivre l'évolution des procédés de réalisation des pièces d'un système mécanique pour éventuellement les corriger.

La vérification d'un assemblage composé de pièces virtuelles est une condition nécessaire de la vérification du même assemblage composé de pièces de la classe variationnelle. Nous proposons ainsi une méthode basée sur l'analyse cinématique des zones de tolérances pour calculer une pièce virtuelle et une pièce résultante.

Cette méthode permet aussi de calculer, pour une classe variationnelle donnée et un référentiel donné, quelles seront les zones de l'espace où la matière ne devra pas se trouver et quelles seront les zones de l'espace où la matière doit être, quel que soit l'état dimensionnel des entités composant la pièce. La connaissance de telles zones est utile pour le calcul d'assemblage automatique, à l'aide d'un robot par exemple. Elle fait partie de l'analyse d'assemblages variationnels.

Perspectives

Bien que la modélisation cinématique de tolérances permettent de traiter l'ensemble des zones de tolérances géométriques, nous avons limité notre étude aux pièces ayant une référence primaire plane. Il serait souhaitable de traiter des exemples ayant des références primaires cylindriques pour que l'étude soit faite dans un espace paramétrique à 6 paramètres. Actuellement, la prise en compte des mouvements des entités planes n'est pas encore intégrée dans nos méthodes.

Il n'existe pas à l'heure actuelle de méthode permettant la génération automatique du modèle cinématique à partir de la définition des tolérances géométriques. Il faudrait regarder si le modèle cinématique permet une modélisation de n'importe quelle tolérancement. Nous pensons qu'il est

adapté aux tolérances de localisation et d'orientation. Mais une étude plus poussée doit être effectuée pour vérifier sa généralisation aux autres types de tolérances.

Nous pensons que l'adaptation des méthodes telles que les SATT pourraient permettre de calculer les matrices de transformations homogènes nécessaires pour le calcul de la cinématique de la structure. En effet, de telles méthodes permettent de définir une structuration fonctionnelle des zones de tolérance et devraient permettre de calculer les matrices de transformations nécessaires à notre modélisation.

Toutes les études que nous faisons se placent dans l'hypothèse du pire des cas. Cette hypothèse est très conservatrice. Elle conduit rapidement à des spécifications difficiles à respecter. Nous pensons qu'une analyse statistique des zones de tolérances serait plus adaptée. Nous avons déjà commencer à transposer nos outils vers cette analyse statistique [Bennis 2000a]. Mais il reste encore un travail important à faire pour proposer un outil statistique complet prenant en compte tous les aspects cinématiques que nous avons présentés.

Les outils que nous proposons s'inscrivent actuellement dans des stades avancés de la conception. Ils supposent qu'un certain nombre de choix soient déjà effectués. De telles études conduisent généralement à trouver une solution sous optimale. Dans le cadre de la conception robuste de mécanisme, il faudrait pouvoir proposer des outils permettant rapidement de proposer des solutions au concepteur au cours des phases de préconception. Nous pensons qu'une adaptation des méthodes proposées dans ce mémoire devrait pouvoir s'appliquer dans de telles configurations.

Normes

- [AFNOR 93] AFNOR, *Tolérances et vérifications dimensionnelles*. AFNOR-UNM. 8ème édition. Vol. 1, 1993.
- [ASME 94a] ASME, *ASME Y14.5M-1994, Dimensioning and tolerancing*. American society of mechanical engineers. 1994.
- [ASME 94b] ASME, *ASME Y14.5.1M-1994, Mathematical definition of dimensioning and tolerancing principle*. American society of mechanical engineers. 1994.
- [ISO 10303] ISO 10303, *Standard for the exchange of product model data*. ISO TC 184 SC4.
- [NF E 04-552] NF E 04-552, *Dessins techniques - Tolérancement Géométrique. Généralités, définitions, symboles, indications sur les dessins*. AFNOR, Novembre 1993.
- [NF E 04-554] NF E 04-554, *Dessins techniques – Cotation et tolérancement. Références et systèmes de référence pour le tolérancement géométrique*. AFNOR, Décembre 1988.
- [NF E 04-555] NF E 04-555, *Dessins techniques - Tolérancement Géométrique. Exigence du maximum de matière*. AFNOR, Février 1992.
- [NF E 04-559] NF E 04-559, *Dessins techniques – Cotation et tolérancement. Tolérancement de localisation*. AFNOR, Février 1991.

Références

- [Anselmetti 95] Anselmetti B., *Application des exigences au minimum et au maximum de matière au tolérancement fonctionnel d'un mécanisme*. Séminaire PRIMECA Tolérancement et chaînes de cotes, Cachan 1995.
- [Antonsson 95] Antonsson E. K. et Otto K.N., *Imprecision in engineering Design*. ASME journal of Mechanical Design, 117(B), 25-32. 1995
- [Arbab 90] Arbab F., *Set Models and Boolean Operations for Solids and Assemblies*. IEEE Computer Graphics & Applications, 76-86, 1990.
- [Ballot 95a] Ballot E., *Lois de comportement géométrique des mécanismes pour le tolérancement*. Thèse de l'École Normale Supérieure de Cachan. Avril 1995.
- [Ballot 95b] Ballot E. et Bourdet P., *Equations formelles et tridimensionnelles des chaînes de dimensions dans les mécanismes*. Séminaire tolérancement et chaîne de cotes, ENS de Cachan. 135-146, 1995.
- [Ballot 97] Ballot E. et Bourdet P., *Détermination mathématique des spécifications à partir d'un modèle formel de chaînes 3D de défauts*. PRIMECA. 5ème Colloque sur la Conception Mécanique Intégrée, 163-170, 1997.
- [Ballu 94] Ballu A. et Mathieu L., *Un modèle pour la géométrie fonctionnelle des produits*. TEC 94, Modélisation géométrique et technologique en conception de produits, 1994.
- [Bennis 2000a] Bennis F., Castagliola P. et Pino L., *Statistical Tolerancing in Design*. Soumis au 5th World conference on Integrated Design & Process Technology, Dallas, USA June 4-8th, 2000. (à paraître)

- [Bennis 2000b] Bennis F., Chedmail P. et Hélyary O., “ *Mechanical Design in Imprecise Environment Using Neural Networks*”, soumis au 5th World conference on Integrated Design & Process Technology, Dallas, USA June 4-8th, 2000. (à paraître).
- [Bennis 97] Bennis F., Pino L. et Fortin C., *Transfert de tolérances géométriques pour la fabrication par une méthode algébrique*. Journal Européen des Systèmes Automatisés, 31(8):1339-1357, 1997.
- [Bennis 98] Bennis F., Pino L. et Fortin C., *Geometric tolerance transfer for manufacturing by an algebraic method*. Proceedings of the 2nd International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering, Compiègne, France. 713-720, 1998
- [Bennis 99] Bennis F., Pino L. et Fortin C., *Analysis of positional tolerance based on the assembly virtual state*. Proceeding of the 6th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, University of Twente, The Netherlands. 415-424, 1999.
- [Bourdet 73] Bourdet P., *Chaînes de cotes de fabrication : le modèle*. L'ingénieur et le technicien de l'enseignement, 1973.
- [Bourdet 94] Bourdet P., Lartigue C. et Ballu A. *Mathematical method for tridimensional verification of tolerances of location with degree of freedom*. Proceedings of the XIII IMEKO congress from measurement to innovation Torino Italy. Septembre 1994.
- [Bourdet 95a] Bourdet P. et Ballot E., *Geometrical Behavior Laws For Computer Aided Tolerancing*. Proceeding of the 4th CIRP Seminar on computer-Aided tolerancing, University of Tokyo, Japan. April 1995.
- [Bourdet 95b] Bourdet P., Mathieu L., Lartigue C. et Ballu A. *The concept of the small displacement torsor in metrology*. Proceedings of the International EuroConférence, Advanced mathematical tools in metrology, Oxford UK. Septembre 1995.
- [Boyer 91] Boyer M. et Stewart N. F., *Modeling Spaces for toleranced Objects*. The International Journal of Robotics Research, 10(5):570-582, 1991.
- [Chablat 98] Chablat D., *Domaines d'unicité et parcourabilité pour les manipulateurs pleinement parallèles*. Thèse de l'Ecole Centrale de Nantes. Novembre 1998.
- [Chase 91] Chase K. W. et Parkinson A. R., *A Survey of Research in the Application of Tolerance Analysis to the Design of Mechanical Assemblies*. Research In Engineering Design, 3:23-37, 1991.
- [Clément 94] Clément A., Rivière A. et Temmerman M., *Cotation tridimensionnelle des systèmes mécaniques. Théorie et pratique*. PYC Edition 1994
- [Desrochers 99] Desrochers A. et Verheul S., *A three dimensional tolerance transfer methodology*. Proceeding of the 6th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, University of Twente, The Netherlands. 83-92. 1999
- [Dombre 88] Dombre E. et Khalil W., *Modélisation et commande des robots*. Traité des nouvelles technologies, série robotique. Edition Hermes, Paris, 1988
- [Dupinet 95] Dupinet E. et Fortin C., *Process Plan Analysis*. Proceeding of the International Industrial Engineering Conference, Ecole Polytechnique de Montréal. 77-81, 95.
- [Etasami 91] Etasami F., *Position tolerance Verification Using Simulated Gaging*. The International Journal of Robotics Research, 10(4)1991.

- [Farmer 86] Farmer L. E. et Gladman C. A., *Tolerance Technology - Computer Bases Analysis*. Annals of the CIRP, 35(1):7-10, 1986.
- [Farmer 99] Farmer L. E., *Estimating position tolerance process capabilities*. Proceeding of the 6th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, University of Twente, The Netherlands. 63-72. 22-24 March 1999
- [Feng 91] Feng S. C. et Hopp T. H., A Review of Current Geometric Tolerancing Theories and Inspection Data Analysis Algorithms. Rapport du NIST 4509, Février 1991.
- [Fortin 95] Fortin C. et Chatelain J. F., *A geometrical tolerance verification approach for complex cases including datum shift analysis*. Proceeding of the 4th CIRP Seminar on computer Aided Tolerancing, 337-355, 1995.
- [Foster 94] Foster L. W., *GEO-METRICS III, The Metric Application of Geometric Dimensioning and Tolerancing Techniques*. Addison-Wesley Publishing Company, INC. 1994.
- [Gao 95] Gao J., Chase K. W. et Magleby S. P., *Generalized 3D tolerances analysis of mechanical assemblies with small kinematic adjustments*. TI/TOL 3D+ white paper via Texa Instruments, 1995.
- [Gaudet 99] Gaudet P., Cloutier G. et Fortin C., *The validation of a process plan by propagated dispersion zones*. Proceeding of the 6th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, University of Twente, The Netherlands. 73-82. 22-24 March 1999
- [Gaunet 94] Gaunet D., *Modèle formel de tolérancement de position. Contributions à l'aide au tolérancement des mécanisme en CFAO*. Thèse de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan. Février 1994.
- [Giordano 92] Giordano M., Duret D., Tichadou S. et Arrieux R., *Clearance Space In Volumic Dimensioning*. Annals of the CIRP, 41(1):565-568, 1992.
- [Giordano 97] Giordano M., *Modèle de détermination des tolérances géométriques*. PRIMECA. 5ème Colloque sur la Conception Mécanique Intégrée, 1997.
- [Hillyard 78] Hillyard R. C. et Braid I. C., Analysis of dimensions and tolerances in computer-aided mechanical design. Computer-Aided Design 10(3), 161-166. 1978.
- [Huo 96] Huo H. et Chase K. W., *variation polygon - A new method for determining tolerance sensitivity in Assemblies*. Proceeding of the 13th Symposium on Engineering Applications of Mechanics Manufacturing Science and Engineering, CSME/ SCGM. 465-472, 1996.
- [Jackman 94] Jackman J., Deng J.-J., Ahn H.-I., Kuo W. et Vardeman S., *A compliance measure for the alignment of cylindrical part features*. IEE Transactions, 26(1):2-10, 1994.
- [Jayaraman 89] Jayaraman R. et Srinivasan V., *Geometric tolerancing : I. Virtual boundary requirement*. IBM Journal of Research and Development, 33(2):90-104, 1989.
- [Joskowicz 97] Joskowicz L., Sacks E. et Srinivasan V., *Kinematic tolerance analysis*. Computer-Aided Design, 29(2):147-157, 1997.
- [Juster 92] Juster N. P., *modeling and representation of dimensions and tolerances: a survey*. Computer-Aided Design, 24(1):3-17, 1992.
- [Khalil 94a] Khalil W., Creusot D., Chevallereau C. et Bennis F., *SYMORO+: symbolic modeling of robots, User guide*. LAN, ECN, 1994.

- [Khalil 94b] Khalil W., *A system for generating the symbolic models of robots*, Proceedings of the 4th IFAC Symposium on Robot Control, SYOCO'94, Capri. 527-533, September 1994.
- [Le Pivert 99] Le Pivert P. et Rivière A. *Towards realistic simulation of machining process*. Proceeding of the 6th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, University of Twente, The Netherlands. 55-62. 1999
- [Lehtihet 91] Lehtihet E. A., Gunasena N. U. et Clément A., *On the composite position tolerance for pattern of holes*. Annals of the CIRP, 40(1):495-498, 1991.
- [Leveaux 92] Leveaux F., *Contribution à la spécification géométrique des pièces mécaniques par simulation algorithmique du contrôle tridimensionnel*. Thèse de l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers. 1992.
- [Light 82] Light R. et Gossard D., *Modifications of geometric models through variational geometry*. Computer-Aided Design, 14(4):209-214, 1982.
- [Linares 99a] Linares J.-M., Boukebbab S. et Sprauel J.-M. *Parametric tolerancing*. Proceeding of the 6th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, University of Twente, The Netherlands. 167-176. 1999
- [Linares 99b] Linares J.-M., Boukebbab S. et Sprauel J.-M. *Vers une expression mathématique des zones de tolérance*. PRIMECA, 6ème colloque sur la conception mécanique intégrée, La Plagne 7-9 avril. 331-337. 1999
- [Mathieu 95] Mathieu L. *Le tolérancement normalisé : langage du mécanicien*. Séminaire PRIMECA Tolérancement et chaînes de cotes, ENS Cachan. 109-123 1995.
- [Mathieu 97b] Mathieu L., Clément A. et Bourdet P., *Modeling, representation and processing of tolerances, tolerances inspection: a survey of current hypothesis*. Proceeding of the 5th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing, Toronto, Canada. 1997.
- [Meadows 95] Meadows J. D., *Geometric dimensioning and tolerancing. Applications and techniques for use in design, manufacturing and inspection*. Marcel Dekker INC., 1995.
- [Meagher 82] Meagher D., *Geometric modeling using octree encoding*. Computer Graphics Image Process. 19:129-147. 1982.
- [Nassef 97] Nassef A. O. et ElMaraghy H. A., *Allocation of Geometric Tolerances: New Criterion an Methodology*. Annals of the CIRP, 46(1):106-106, 1997.
- [Nigam 95] Nigam S. D. et Turner J. U., *Review of statistical approaches to tolerance analysis*. Computer-Aided Design, 27(1):6-15, 1995.
- [Pairel 95] Pairel E., *Métrologie fonctionnelle par calibre virtuel sur machine à mesurer tridimensionnelle*. Thèse de l'Université de Savoie. Décembre 1995.
- [Pairel 97] Pairel E., *Métrologie par calibre virtuel sur machine à mesurer tridimensionnelle*. PRIMECA. 5ème Colloque sur la Conception Mécanique Intégrée, 155-161, 1997.
- [Parkinson 85] Parkinson A. R., *Assessment and optimization of dimensional tolerances*. Computer-Aided Design, 17(4):191-199, 1985.
- [Parratt 94] Parratt S. W., *A theory of one-dimensional tolerancing for assembly*. Thesis of Cornell University. May 1994.

- [Pino 99a] Pino L., Bennis F. et Fortin C. *The use of a kinematic model to analyze positional tolerances in assemblies*. Proceeding of the 1999 IEEE Conference on Robotics and Automation, Detroit, Michigan 1418-1423. 1999
- [Pino 99b] Pino L. et Bennis F., *Analyse des tolérances de localisation au maximum de matière en assemblage*. 6ème colloque sur la conception mécanique intégrée, La Plagne, 7-9 Avril, 1999.
- [Preparata 85] Preparata F. P. et Shamos M. I., *Computational geometry : An introduction*. Springer-Verlag, 1985
- [Ravaut 99] Ravaut Y., *Conception robuste de mécanismes*. Rapport de DEA de l'École Centrale de Nantes, 1999.
- [Requicha 77] Requicha A. A. G., *Mathematical models of rigid solid objects*. Rapport de l'Université de Rochester. N°28, Novembre 1977.
- [Requicha 83] Requicha A. A. G., *Toward a theory of Geometric Tolerancing*. The International Journal of Robotics Research, 2(4):45-60, 1983.
- [Requicha 92] Requicha A. A. G. et Whalen T. W., *Representation for assemblies*. , Institute for robotics and intelligent systems. Report n°267, 1992.
- [Requicha 93] Requicha A. A. G., *Mathematical meaning an computational representation of tolerance specifications*. Proceedings of the International Forum on Dimensional Tolerancing and Metrology, ASME. 61-68, 1993.
- [Rivest 94a] Rivest L., *Modélisation et analyse tridimensionnelles des tolérances dimensionnelles et géométrique*. Thèse de l'Université de Montréal, Ecole Polytechnique. 1994.
- [Rivest 94b] Rivest L., Fortin C. et Morel C., *Tolerancing a solid model with a kinematic formulation*. Computer-Aided Design 26(6), 465-476. 1994.
- [Rivest 94c] Rivest L., Dupinet E., Fortin C. et Morel C., *Analysis of product tolerances for process plan validation*. Manufacturing review, 7(4): 312-331. 1994.
- [Rivière 93] Rivière A., *La géométrie du groupe des déplacements appliquée à la modélisation du tolérancement*. Thèse de l'Ecole Centrale de Paris. Novembre 1993.
- [Robinson 97] Robinson D. M., *Geometric tolerancing for assembly with Maximum Material Parts*. Proceeding of the 5th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing, Toronto, Canada. 1997.
- [Robinson 98] Robinson D. M., *Geometric tolerancing for assembly*. Thesis of Cornell University. May 1998.
- [Roy 91] Roy U., Liu C. R. et Woo T. C., *Review of dimensioning and tolerancing: representation and processing*. Computer-Aided Design, 23(7):466-483, 1991.
- [Sabourin 98] Sabourin L., Quichon J. et Gien D., *Process Plan optimization and set-ups minimization*. Proceedings of the 2nd International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering, Compiègne, France. 785-792, 1998.
- [Salomons 97] Salomons O. W., van Houten F. J. A. M. et Kals H. J. J., *Current status of CAT systems*. Proceedings of the 5th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing, Toronto, Canada. 1997.

- [Schultheiss 99] Schultheiss R. et Hinze U., Detect the unexpected-how to find and avoid unexpected tolerance problems in mechanisms. Proceedings of the 6th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, University of Twente, The Netherlands. 241-250, 1999
- [Shah 95] Shah J. J. et Mäntylä M., *Parametric and Feature-Based CAD/CAM. Concepts, techniques, Applications*. Wiley-Interscience. John Wiley and Sons Inc. 1995.
- [Skowronski 96] Skowronski V. J. et Turner J. U., *Estimating gradients for statistical tolerance synthesis*. Computer-Aided Design, 28(12):933-941, 1996.
- [Skowronski 97] Skowronski V. J. et Turner J. U., *Using Monte-Carlo variance reduction in statistical tolerance synthesis*. Computer-Aided Design, 29(1):63-69, 1997.
- [Srinivasan 85] Srinivasan V. et Jayaraman R., *Issues in Conditional Tolerances for CAD systems*. IEEE. , Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, St Louis. 373-375. 1985.
- [Srinivasan 89] Srinivasan V. et Jayaraman R., *Geometric tolerancing : II. Conditional tolerance*. IBM Journal of Research and Development, 33(2):105-124, 1989.
- [Srinivasan 93] Srinivasan V., *The Role of Sweeps in Tolerancing Semantics*. Manufacturing Review, 6(4):275-281, 1993.
- [Srinivasan 96] Srinivasan V., O'Connor M. A. et Scholz F. W., *Techniques for composing a Class of Statistical Tolerances Zones*. IBM Research Division. Report n°20254, 1996.
- [Srinivasan 97] Srinivasan V., *ISO Deliberates Statistical Tolerancing*. Proceeding of the 5th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing, Toronto, Canada. 25-35, 1997.
- [Sudarsan 98] Sudarsan R., Narahari Y. Lyons K. W., Sriram R. D. et Duffey M.R., *Design for tolerance of electro-mechanical assemblies*. Proceedings of the IEEE International conference on robotics and automation. Leuven, Belgium. 1490-1497, 1998.
- [Temmerman 98] Temmerman M., Lois de comportement autorisant la synthèse du tolérancement. Proceedings of the 2nd International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering, Compiègne, France. 729-738, 1998.
- [Thibault 87] Thibault W.C. et Naylor B. F., *Set operation on polyhedra using binary space partitioning trees*. SIGGRAPH 21(4):153-136. 1987.
- [Turner 87] Turner J. U., *Tolerances in Computer-Aided Geometric Design*. Thesis of the Faculty of Rensselaer Polytechnique Institute. 1987.
- [Turner 92] Turner J. U., Subramaniam S. et Gupta S., *Constraint Representation and Reduction in Assembly Modeling and Analysis*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 8(6):741-750, 1992.
- [Voelcker 93] Voelcker H. B., *A current perspective on tolerancing and metrology*. Manufacturing Review, 6(4):258-267, 1993.
- [Whitney 93] Whitney D. E. et Gilbert O. L., *Representation of geometric variations using matrix transforms for statistical tolerance analysis in assemblies*. Proceeding of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 314-321, 1993.
- [Willhelm 92] Willhelm R. G. et Lu S. C.-., *Tolerance Synthesis to Support Concurrent Engineering*. Annals of the CIRP, 41(1):197-200, 1992.

- [Wirtz 93] Wirtz A., Gächter C. et Wipf D., *From Unambiguously Defined Geometry to the Perfect Quality Control Loop*. Annals of the CIRP, 42(1):615-619, 1993.
- [Zhang 92a] Zhang G. et Porchet M., *Automatic calculation of dimensions and tolerances in manufacturing*. Proceeding of the International Symposium on Robotics, Mechatronics and Manufacturing. IMACS/ SICE.1131-1136, 1992.
- [Zhang 92b] Zhang G. et Porchet M., *Tolerance design in CIM : the state of the art*. Proceeding of the International Symposium on Robotics, Mechatronics and Manufacturing. IMACS, SICE.1137-1142, 1992.
- [Zhang 94] Zhang G. et Porchet M., *Geometric tolerancing in CAD/CAM : a Review*. Advances in Manufacturing Systems, 359-364, 1994.
- [Zhang 96] Zhang G., *Simultaneous tolerancing for design and manufacturing*. International Journal of Production Research, 34(12):3361-3382, 1996.

Annexe A. Tolérances dimensionnelles et géométriques

Sommaire

A. 1. Introduction	174
A. 2. Tolérances dimensionnelles	175
A. 3. Tolérances géométriques	178
A.1.3. Tolérances de forme	178
A.2.3. Tolérances de profil	179
A.3.3. Tolérances d'orientation	179
A.4.3. Tolérances de battement	179
A.5.3. Tolérances de position	180

A. 1. Introduction

Le tolérancement d'une pièce mécanique consiste à spécifier les variations possibles d'une pièce réelle par rapport à une pièce théorique parfaite.

Nous reprenons les définitions données par Requicha et reformulées par Srinivasan et Jayaraman [Requicha 83, Jayaraman 89, Srinivasan 89] .

Une pièce est modélisée par un solide S qui peut être décomposé en un ensemble de surfaces de forme parfaite F_i (*Feature*). La géométrie et les dimensions du solide S sont connues et parfaitement définies. Une réalisation de ce solide parfait est appelée pièce nominale. Cette pièce est une pièce de forme parfaite représentant le solide S . Sur chaque entité F_i du solide S , on peut ajouter des spécifications de tolérancement T permettant de donner l'état admissible de variation de chaque entité F_i .

Les spécifications de tolérances T sont ajoutées au modèle nominal pour répondre à au moins trois besoins :

- Le premier est d'ordre physique, il sert à prendre en compte les variations physiques de la pièce au cours du cycle de vie de cette dernière.
- Le second vient du fait que l'on ne sait pas fabriquer une pièce de forme et de géométrie parfaite. Il faut donc pouvoir compenser ces défauts de fabrication par des tolérances.
- Le troisième est le plus important, c'est un besoin fonctionnel. Les pièces doivent répondre à une fonction. La plus importante des fonctions est l'assemblage de pièces entre elles.

Pour prendre en compte ces trois types de besoins, le concepteur dispose de deux types de tolérances :

- les tolérances dimensionnelles ;
- les tolérances géométriques.

Chacune de ces tolérances permet d'exprimer les besoins fonctionnels du concepteur soit directement soit indirectement. Par exemple, une tolérance de parallélisme définit directement un besoin fonctionnel de parallélisme entre deux surfaces. Par contre, une tolérance de position au maximum de matière appliquée sur un axe, définit une zone à partir de laquelle on peut définir une notion de condition virtuelle (voir 2-4). C'est cette condition virtuelle qui est importante au niveau du besoin fonctionnel et non pas la tolérance au maximum de matière.

Nous allons brièvement présenter les différents types de tolérances. Un complément d'information est disponible dans les différentes normes de tolérancement [AFNOR 93, ASME 94a] ainsi que dans les deux ouvrages suivants [Foster 94, Meadows 95] qui détaillent les différentes utilisations des tolérances géométriques ainsi que les particularités et les interprétations de la norme ASME Y14.5M.

A. 2. Tolérances dimensionnelles

Les tolérances dimensionnelles sont les premières tolérances normalisées. Elles sont définies par une dimension nominale et un intervalle de tolérance (exemple : 10 ± 0.1 mm). Les tolérances dimensionnelles permettent de définir les limites de variation de la distance séparant deux points en vis à vis. Il y a donc deux formes de tolérances dimensionnelles :

- les tolérances de dimension linéaire ;
- les tolérances de dimension angulaire.

Une tolérance de dimension linéaire donne une limite de variation de la dimension locale entre deux points d'une surface cylindrique ou de deux surfaces planes supposées parallèles. Les défauts de formes ne sont pas pris en compte par cette tolérance. En outre, la notion de distance locale entre deux points en vis à vis n'est pas bien définie par la norme française qui ne donne pas la méthode de cette mesure de dimension locale [Pairel 95].

Une tolérance de dimension angulaire limite l'orientation générale des lignes ou des éléments linéaires de surface.

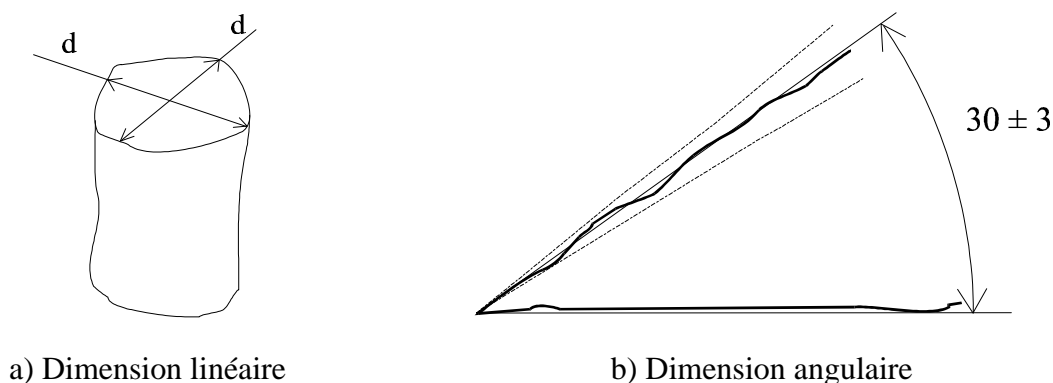


Figure 106 : Interprétation des tolérances dimensionnelles

Le tolérancement dimensionnel est très ambigu et n'est pas suffisant pour contrôler entièrement la géométrie d'une pièce. En effet, étant donné qu'il ne limite que la variation de distance en point à point selon une direction ou un angle donné, la forme des surfaces ainsi que les défauts géométriques entre surfaces ne peuvent pas être contrôlés par des tolérances dimensionnelles. De plus, la norme ne précise pas la direction de mesure des distances. Ainsi, la figure 107 montre le tolérancement dimensionnel d'un rectangle. Les tolérances dimensionnelles précisent que la distance entre deux points d'un côté du rectangle doit être de 10mm plus ou moins 0.1mm pour les petits côtés du rectangle et de 4.5 ± 0 .mm pour les grands cotés du rectangle. La figure 107b nous montre une pièce correspondant à cette description. Bien qu'elle ne ressemble pas vraiment au rectangle de la figure 107a est parfaitement valide du point de vue de ses tolérances dimensionnelles.

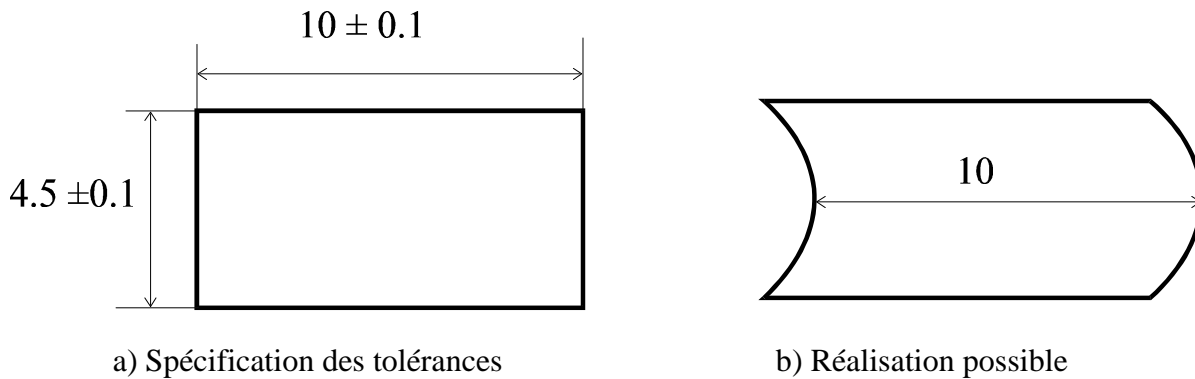


Figure 107 : Tolérances de dimension linéaire

Si on veut limiter le défaut de forme d'une entité dimensionnelle à partir des tolérances dimensionnelles, il faut utiliser l'exigence de l'enveloppe, en ajoutant le symbole \textcircled{E} à la tolérance dimensionnelle. L'exigence de l'enveloppe spécifie que la surface de l'entité réelle est astreinte à rester confiner dans une zone dont la frontière est une surface théorique de forme parfaite dont la dimension est égale à la dimension de l'entité au maximum de matière. De plus, aucune dimension locale de l'entité ne doit être inférieure à la dimension de l'entité au minimum de matière.

D'autre part, la norme ASME Y145.1M-1994 propose une méthode pour vérifier la conformité d'une *entité dimensionnelle*. Une entité dimensionnelle est une entité cylindrique, sphérique ou un ensemble d'entités surfaciques ou deux plans parallèles associés à l'aide d'une tolérance dimensionnelle. Les entités dimensionnelles peuvent être internes (alésage, rainure) ou externes (arbre). Les tolérances dimensionnelles dans ce cas permettent aussi de contrôler la forme de l'entité.

Les limites de variations dimensionnelles sont obtenues à l'aide du balayage de deux sphères sur deux courbes appropriées. Les rayons limites des sphères correspondent aux valeurs limites maximum (r_M) et minimum (r_m) des tolérances dimensionnelles. Les courbes sur lesquelles les sphères glisseront ne sont pas uniques. Ces courbes dépendent du type de l'entité dimensionnelle. Ce sera un point dans le cas d'une sphère, une courbe unidimensionnelle dans le cas d'entités cylindriques et une surface dans les cas de deux entités parallèles. La sphère en balayant la courbe va décrire une zone de tolérance G . Une entité dimensionnelle sera conforme s'il existe deux courbes S_m et S_M associées à deux sphères Br_m et Br_M telles que :

La sphère Br_m est associée à la courbe S_m et balaye l'espace pour former le solide G_m .

La sphère Br_M est associée à la courbe S_M et balaye l'espace pour former le solide G_M .

Si l'entité dimensionnelle F est externe, soit le solide H_m tel que $H_m = G_m$ et soit le solide H_M tel que $H_M = G_M$. Si l'entité dimensionnelle est interne, alors H_m est le complément de G_m et H_M est le complément de G_M .

L'entité F est conforme à ses tolérances dimensionnelles si :

- $H_m \subset H_M$.
- $F \subset H_M - H_m$.
- Si F est une entité extérieure alors F doit contenir la frontière de H_m , sinon si F est une entité intérieure elle doit contenir la frontière de H_M .

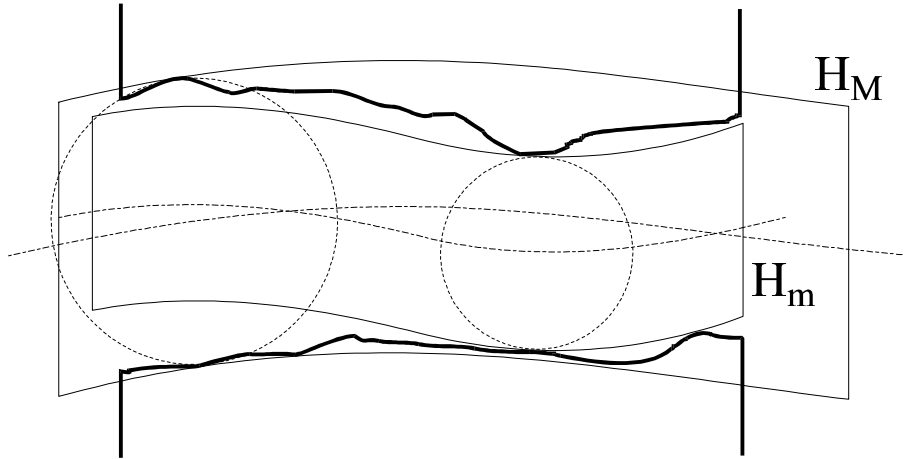


Figure 108 : Conformité d'une tolérance dimensionnelle d'après [ASME 94b]

La définition des courbes S_m et S_M n'est pas unique. Si pour une entité dimensionnelle donnée, on trouve deux courbes qui permettent de satisfaire les trois conditions décrites ci-dessus, alors l'entité dimensionnelle est conforme. On peut calculer deux valeurs effectives de l'entité dimensionnelle. La première est la valeur extérieure de l'entité. Elle est donnée pour une entité extérieure (respectivement intérieure) par la plus petite (respectivement la plus grande) dimension de la sphère pour laquelle l'entité est conforme. La valeur effective intérieure est donnée par la taille de la plus grande (respectivement plus petite) sphère pour laquelle l'entité est conforme. Si on veut utiliser le principe de l'enveloppe alors les courbes S_m et S_M seront des courbes de formes parfaites.

Cette évolution de la norme ASME permet de définir des notions de distance locale entre deux points par le balayage d'une courbe par une sphère. Néanmoins, c'est du choix de cette courbe que dépend la vérification. Le calcul de la valeur effective n'est pas facile car il existe une infinité de courbes et de sphères qui peuvent vérifier la conformité d'une entité donnée.

Les tolérances dimensionnelles ne permettent pas de bien contrôler la géométrie d'une pièce. Pour contrôler cette dernière, nous devons utiliser des tolérances géométriques et non pas seulement des tolérances dimensionnelles.

A. 3. Tolérances géométriques

Les tolérances géométriques permettent de contrôler les variations de la géométrie d'une entité. Une tolérance géométrique, appliquée à un élément, définit la zone de tolérance à l'intérieur de laquelle l'élément (surface, axe ou plan médian) doit être compris [NF E 04-552].

La zone de tolérance est, suivant la caractéristique tolérancée et la manière dont celle-ci est cotée, soit :

- l'espace à l'intérieur d'un cercle ;
- l'espace entre deux cercles coplanaires concentriques ;
- l'espace entre deux lignes parallèles ou deux droites parallèles ;
- l'espace à l'intérieur d'un cylindre ou entre deux cylindres coaxiaux ;
- l'espace entre deux surfaces équidistantes ou deux plans parallèles ;
- l'espace à l'intérieur d'un parallélépipède.

Le concepteur dispose ainsi d'un ensemble de tolérances géométriques différentes que l'on peut néanmoins regrouper dans cinq catégories :

- les tolérances de forme ;
- les tolérances de profil ;
- les tolérances d'orientation ;
- les tolérances de battement ;
- les tolérances de position.

Chacune de ces catégories permet de préciser les limites de variations d'un élément soit intrinsèquement soit relativement à un ou plusieurs autres éléments (références).

A.1.3. Tolérances de forme

Une tolérance de forme permet de définir les limites de variation de la surface de l'élément par rapport à deux surfaces identiques de forme parfaite et distantes d'une valeur t . La surface réelle doit être incluse dans la zone de tolérance comprise entre ces deux surfaces. Cette zone n'est ni orientée, ni positionnée dans l'espace.

Il existe quatre tolérances de forme différentes :

- la tolérance de planéité ;
- la tolérance de rectitude ;
- la tolérance de circularité ;
- la tolérance de cylindricité.

Les tolérances de formes sont utilisées par exemple pour des problèmes d'étanchéité. Elles sont également employées pour limiter le défaut de forme des surfaces devant être utilisées comme des références.

A.2.3. Tolérances de profil

Les tolérances de profil définissent le défaut de forme d'une ligne ou d'une surface quelconque soit intrinsèquement soit relativement à un ou plusieurs autres éléments.

Il existe deux types de tolérances de profil :

- la tolérance de forme d'une ligne quelconque ;
- la tolérance de forme d'une surface quelconque.

Les tolérances de profil sont des tolérances particulières car elles peuvent limiter la forme et aussi, dans certain cas, la position d'une entité. En effet, si elles sont utilisées sans que l'on ne spécifie de référence alors elles limitent la forme de l'entité tolérancée. Par contre, si elles sont spécifiées avec un système de référence, elles limitent la position de l'entité tolérancée par rapport à ce système de référence.

A.3.3. Tolérances d'orientation

Les tolérances d'orientation limitent l'orientation d'un élément par rapport à une ou plusieurs autres éléments. Il existe trois types de tolérances d'orientation :

- la tolérance de perpendicularité ;
- la tolérance de parallélisme ;
- la tolérance d'inclinaison.

En assemblage, les tolérances d'orientation sont souvent utilisées en raffinement d'une tolérance de position. Ceci permet de limiter l'orientation de l'entité par rapport à un système de référence tout en contrôlant la position de l'entité par rapport à un autre système de référence. Elles servent également au raffinement du domaine d'existence d'une référence.

A.4.3. Tolérances de battement

Les tolérances de battement définissent les limites de variation de forme et d'orientation d'une surface pendant une rotation de 360° autour d'un axe. Ces tolérances sont utilisées pour des pièces de révolution quand on veut contrôler le battement et donc éviter des vibrations dues à des chocs entre deux pièces en rotation.

Il y a deux types de tolérances de battement :

- la tolérance de battement simple ;
- la tolérance de battement total.

On peut noter que le battement contrôle l'effet combiné de la concentricité et la coaxialité ainsi que la forme et l'orientation [Foster 94, Meadows 95]

A.5.3. Tolérances de position

Les tolérances de position permettent de définir les limites de variation de la position d'un élément ou d'une surface relativement à un ou plusieurs autres éléments de référence.

Il existe trois types de tolérances de position :

- la tolérance de localisation,
- la tolérance de concentricité et de coaxialité,
- la tolérance de symétrie.

Les tolérances de position sont surtout utilisées en assemblage pour contrôler les montages entre différentes pièces d'un système mécanique.

La norme NF présente ces trois tolérances de façon identique. Elles correspondent à la définition de la position d'une entité. La tolérance de concentricité, de coaxialité et de symétrie, sont considérées comme des tolérances de localisation dont certains paramètres nominaux ont des valeurs nulles.

Par contre, la norme ASME Y14.5M94 spécifie que la tolérance de localisation définit la position d'une entité. Les autres spécifications de position sont utilisées pour exprimer un besoin fonctionnel d'équilibrage des masses et donc contrôler les effets de balourds. De plus, elle présente ces spécifications comme une fonction mathématique de symétrie.[ASME 94a, ASME 94b]

Afin d'éviter toutes confusions, dans la suite, nous n'utiliserons que des tolérances de localisation pour définir la position d'une entité.

Les tolérances géométriques définissent des zones de tolérance dans lesquelles les entités tolérancées doivent se trouver. Ces zones de tolérances sont nominalement orientées et positionnées par rapport à des références ou à des systèmes de références. Seules les tolérances de forme ne nécessitent pas de référence.

MODELISATION ET ANALYSE CINEMATIQUE DES TOLERANCES GEOMETRIQUES POUR L'ASSEMBLAGE DE SYSTEMES MECANIQUES

Résumé : Ce travail a pour objet la modélisation et l'analyse de tolérances géométriques pour l'assemblage. Après une présentation des spécifications générales de tolérancement utilisées pour la définition d'assemblages. Nous montrons que l'analyse des effets des modificateurs de tolérances nécessite de prendre en compte les différents états de l'ensemble des zones de la chaîne de tolérance. Cette prise en compte peut être faite en analysant la cinématique induite par les modificateurs. Une généralisation du modèle cinématique de tolérances est proposée pour traiter le transfert de tolérances, le contrôle des pièces et l'analyse d'assemblages.

Pour analyser les effets des tolérances géométriques, nous proposons deux nouvelles méthodes analytiques pour calculer l'union et l'intersection des mouvements d'une zone de tolérance. Ces calculs prennent en compte les variations permises des tolérances de la chaîne et peuvent être utilisés pour le transfert de tolérances.

L'étude des chaînes de tolérances a été étendue à la vérification de la conformité de pièces fabriquées. Nous proposons une nouvelle méthode de vérification des pièces comportant des tolérances de localisation au maximum de matière. Cette méthode prend en compte la possibilité de rotation du référentiel induite par les modificateurs de référence. Elle permet de simuler le mouvement du calibre de contrôle dans la pièce fabriquée. Dans le cas de groupe d'entités, elle permet de déterminer les entités conformes aux spécifications et de calculer la valeur effective des tolérances de localisation.

Pour effectuer l'analyse d'assemblages, nous avons proposé une méthode permettant de calculer une pièce virtuelle et une pièce résultante d'une pièce donnée. Le calcul de ces deux pièces est une étape primordiale pour vérifier le tolérancement d'un assemblage variationnel. La modélisation cinématique proposée est donc un outil unifié pour l'analyse de tolérances géométriques en conception, en fabrication et en contrôle.

Mots clé : Tolérancement géométrique, analyse de tolérances, synthèse de tolérances, assemblage, modificateurs d'état, contrôle de pièces.

KINEMATIC MODELING AND ANALYSIS OF GEOMETRIC TOLERANCES FOR MECHANISM ASSEMBLY

Abstract: The aim of this thesis is to model and analyze geometric tolerancing for assembly. First, general tolerancing specifications used in assemblies definitions are presented and analyzed. We showed how the analysis of the effects of maximum material condition modifiers required to take into accounts all the tolerance zones of the tolerance chain.

A kinematic model is used to analyze tolerance transfer, parts control and assemblies. Two original methods are presented to compute union and intersection of tolerance zones. These methods take into account all allowable variations of tolerances in tolerance chain. The first one is an analytic method, the second one uses robotic tools to study the virtual kinematic mechanism.

We extend the study of tolerance chain to control actual part with maximum material condition modifiers. This method is suitable for the analysis of datum reference frame translations and rotations induced by MMC modifiers. It is applied to pattern of features control, to find entities conformance and to calculate the actual value of the tolerance.

For the assembly analysis, an extension of previous methods is presented. It allows creating virtual part and resultant part. These two parts are helpful to create and validate tolerancing of a variational assembly.

This work showed that the kinematic model is a unified tool to analyze geometric tolerancing in design, manufacturing and control.

Keywords: Geometrical tolerancing, tolerance analysis, tolerance synthesis, assembly, MMC modifiers, part control.